

Algoritmo Genetikoak saltzaile ibiltariaren problemaman. Gipuzkoako bira egokiaren atzetik

C.M.H. Kuijpers¹, P. Larrañaga², I. Inza² eta S. Dizdarevic²

¹Dept. of Applied Mathematics, University of Twente, Enschede, Herbehereak

²Konputazio Zientziak eta Adimen Artifiziala Saila (EHU)

Abstract

In this work, one heuristic method for combinatorial optimization, known as Genetic Algorithm, is presented. Above mentioned method is based on the principles of selection and survival of the fittest individuals enunciated by Darwin. Different approximations to TSP (Traveling Salesman Problem) are studied, using mentioned methodology, and showing the results of many experiments made with towns in Gipuzkoa.

Laburpena

Lan honetan Algoritmo Genetiko izenez ezagutzen den optimizazio konbinatorioko teknika heuristikoa aurkezten da. Teknika honen oinarria, Darwinek plazaratutako ingurunera ongien moldatutako populazioko kide onenak aukeratzean eta biziraupeneko legetan dago. Saltzaile ibiltariaren hainbat hurbilpen egiten dira esandako metodologiaz, Gipuzkoako hainbat herritan egindako zenbait saiakuntza aurkeztuz.

SARRERA

Algoritmo Genetikoak bilaketa- eta optimizazio-problema ebazteko erabil daitezkeen metodo moldagarriak dira. Izaki bizien prozesu genetikoetan oinarrituak daude. Belaunaldiak aurrera joan ahala, populazioek naturan eboluzionatzen dute indartsuenen hautespen naturalaren eta biziraupeneko legeen arabera. Prozesu honen antzera, Algoritmo Genetikoak gai dira mundu errealeko hainbat problemari erantzuna emateko. Horregatik, erantzun hauek ondo kodetuz gero, problemaren soluzio optimoetara bilakatzea errazago suertatuko da.

Azalduko dugun saltzaile ibiltariaren problemaman, *TSP (Traveling Salesman Problem)* ere deitzen dena, -hiri-multzo bat emanik-kostu minimoko bira (kostua kilometro-kopuruaren arabera da) lortzen saiatzen gara, hiri bakoitza behin bakarrik bisitatuz eta hasierako puntura itzuliz.

Urtetan zehar saltzaile ibiltariaren problema ikertzaile askoren burua bete izan du hainbat arrazoiengatik. Lehenik, *TSP* azaltzen oso problema erraza da, baina ebazten oso zaila. Bigarrenik, *TSP* plangintza-problema ugari aplika dakiok. Azkenik, nolabaiteko test problema bilakatu izan da, hau da, optimizazio-kombinatoriako metodo ugari *TSP* problemari aplikatzen zaizkio, beren ahalmenen ideia izatearren.

Ondorengo lanak, *TSP* problemaren inguruan erabili izan diren gurutzaketa- eta mutazio-eragileen berrikusketa burutzen du. Bestetik, Gipuzkoako lurraldeari egokিতകo aplikazio bat aurkezten da.

Hurrengo atalen edukia ondorengoa da. Bigarren atalean Algoritmo Genetikoaren sarrera azaltzen da. Hirugarren atalean, saltzaile ibiltariaren problemaman, Algoritmo Genetikoaren bidez ebazteko, erabilitako

gurutzaketa- eta mutazio-eragileak agertzen dira. Laugarren atalean, gurutzaketa- eta mutazio-eragile ezberdinen konbinazioak sor ditzaketen saiakuntzen emaitzak agertzen dira, ibilbidean oinarritutako adierazpidearen arabera, 5.000 biztanle baino gehiagoko Gipuzkoako herrietan.

Saiakuntza hauek Donostiako U.P.V.-E.H.U.ko Kalkulu Zentroko SUN SPARC 1000 makinan burutu dira. Bosgarren atalak, egindako saiakuntzen arabera atera daitezkeen ondorioak agertzen ditu.

ALGORITMO GENETIKOAK

Sarrera

Algoritmo Genetikoak (AGak) bilaketa- eta optimizazio-problema ebazteko erabil daitezkeen metodo moldagarriak dira. Izaki bizien prozesu genetikoetan oinarriturik daude. Belaunaldiak aurrera joan ahala, populazioek naturan eboluzionatu egiten dute, Darwinek (4) zioen bezala indartsuenen hautespen naturalaren eta biziraupeneko legeen arabera. Prozesu honen antzera, Algoritmo Genetikoak gai dira mundu errealeko hainbat problemari erantzuna emateko. Horregatik, erantzun hauek ondo kodetuz gero, problemaren soluzio optimoetara bilakatzea errazago suertatuko da.

Algoritmo Genetikoaren oinarritzko legeak Hollandek (15) ezarri zituen, eta hainbat testutan zehazki deskribatuak ere aurki ditzakegu -Goldberg (13), Davis (6), Michalewicz (18), Reeves (22)-.

Naturan, populazio bateko kideek elkarrekin lehia egiten dute janaria, ura edota gordelekua lortzeko asmotan. Sarritan espezie bereko kideak ere lehiatzen dira bikote kidea lortzearen. Denbora gehien bizirik irauten dutenek eta bikote kidea erakartzeko

ko erraztasun handiena duten kideek probabilitate handiagoa dute ume-kopuru handia izateko. Alderantziz, eginkizun hauetarako kaskarrenak diren kideek ume-kopuru txikiagoa izango dute. Honek ingurunera ongien moldatuta dauden kideen geneak hurrengo belaunaldietako kide askotara zabalduko direla esan nahi du. Arbaso ezberdinen ezaugarri onuragarriak konbinatuz “superizakiak” sor daitezke batzuetan, hauen ingurunearekiko moldamena bere arbasoena baino askoz hobea izango delarik. Horrela, espezieek eboluzionatu egiten dute, ingurunerako gero eta ezaugarri hobekak lortuz.

Algoritmo Genetikoek naturaren jokaeraren analogia zuzena egiten dute. Indibiduoaren populazio batekin lan egiten dute, non hauetako bakoitzak problema zehatz baten ebazpide posiblea adierazten duen. Populazioko kide bakoitzari balio edo puntuazio bat ematen zaio, adierazten duen ebazpidearen borondatearen arabera. Naturan hainbat baliabiderengatik (janari, ur edo gordelekuagatik) lehiatzeko kide horrek dituen ezaugarriekin zuzeneko harremana dago. Kide baten problema batenganako moldamena gero eta handiagoa bada, handiagoa izango da berau gurutzatzeko aukeratua izateko probabilitatea, bere material genetiko era berean aukeratua izan den beste kide batekin gurutzatuko delarik. Gurutzaketa honetatik, kide berriak sortuko dira, eta beren gurasoen hainbat ezaugarri izango dute. Kidearen moldamena gero eta kaskarragoa bada, txikiagoa izango da gurutzaketarako aukeratua izateko duen probabilitatea, eta aukera gutxi izango du bere material genetiko belaunaldietan zehar zabalteko.

Horrela soluzio posibleen populazio berria sortzen da, aurrekoa ordezkatu egiten duelarik, eta honekin erkatuz, ezaugarri “onen”

proportzioa altuagoa du. Horrela, belaunaldiak igaro ahala, ezaugarri “on” hauek ere zabaldu egiten dira unean uneko populazioan. Argi dago, ingurunera ongien moldatuta dauden kideen gurutzaketa gertatuz gero, gure soluzioen bilaketa-esparruaren etorkizun handieneko alderdiak ikertzen direla. Horregatik, Algoritmo Genetikoak ondo diseinatuta baldin badago, populazioa problema-aren soluzio egokirantz hurbilduko da.

Algoritmo Genetikoaren teknika nahiko gordin da antzeman daiteke, hau da, malgutasun eskasekoa; eta horregatik oso eremu desberdinetako problemetan saia gaitzake arrakastaren bila; beste teknika batzuek arazoak dituzten alorretan, hain zuzen. Algoritmo Genetikoak problema-aren soluzio egokia aurkitzen duela ziurtatzea ezinezkoa den arren, enpirikoki badakigu maila onargarriko soluzioak topatzen direla, beste konbinaziotako optimizazio-algoritmoek soluzioak topatzeko behar duten denborarekin konparatuz. Hala ere, problema zehatz batentzat teknika berezirik balego, hori seguraski Algoritmo Genetikoaren teknika baino hobea izango litzateke, bai azkartasunaren eta bai zuzentasunaren aldetik. Algoritmo Genetikoak gehienbat teknika bereziak ez dituzten problemetan aplikatzen dira. Beste aukera bat, teknika berezi horiek Algoritmo Genetikoekin hibridatzea litzateke.

Algoritmo Genetiko Sinplea

Algoritmo Genetiko Sinplea, Kanonikoa ere deitzen dena, 1. irudian aurkezten da. Ondoren ikusiko denez, problema-aren kodifikazio edo errepresentazioa behar da; egokitzen zaiona. Bestetik funtzio bat behar da problemari atxikitze-ko, honek soluzio kodetu posible bakoitzari zenbaki erreal bat atxikiko diolarik. Algoritmoaren exekuzioan

```

BEGIN /* Algoritmo Genetiko Sinplea */
  Hasierako populazioa sortu.
  Kide bakoitzaren moldatze-funtzioa konputatu.
  WHILE NOT Bukatuta DO
    BEGIN /* Belaunaldi berria sortu */
      FOR Populazioaren tamaina /2 DO
        BEGIN /* Ugalketa-zikloa */
          Aukeratu aurreko belaunaldiko bi kide,
          gurutzatzeko (hautatua izateko probabilitate proportzionala
          kidearen moldatze-funtzioarekiko).
          Gurutzatu probabilitate zehatz baten arabera
          bi kideek bi ume lortuz.
          Mutatu bi umeak probabilitate zehatz baten arabera.
          Konputatu bi ume mutatuen moldatze-funtzioa.
          Sartu mutatatutako bi umeak belaunaldi berrian.
        END
      IF populazioak hurbildu duen THEN
        Bukatuta := TRUE
      END
    END
  END
END

```

I. irudia. Algoritmo Genetiko Sinplearen sasikodea.

zehar, gurasoak berriz sortzeko aukeratu behar dira, gero guraso aukeratu hauek gurutzatuta umeak sortuz hauetako bakoitzarengan mutazio-eragile batek lan egingo duelarik. Horren ondorioz, hurrengo populazioa osatuko duten kideak sortuko dira.

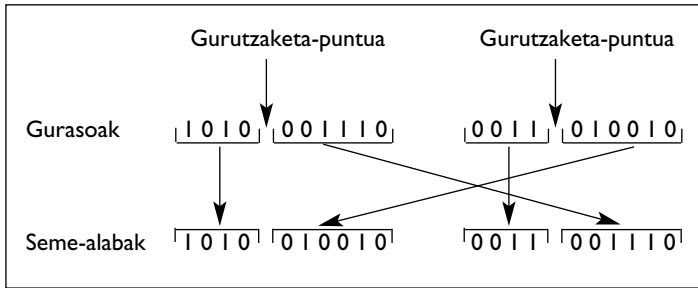
Kideak (problemako soluzio posibleak) parametro-multzo batez (geneak izenez eza-gutuko ditugunez) adieraz daitezkeela suposatzen da, eta hauek bilduz balio-segida bat (askotan kromosoma izenez ezagutzen dena) osatuko dute. Kideak erreprezentatzeko alfabetoak nahitaez (0,1) izan behar ez duen arren, Algoritmo Genetikoen inguruan dabilzan teoria gehienek alfabeto hori darabilte.

Biologi arloan, kromosoma zehatz batek adierazten dituen parametro-multzoari *fenotipo* deritzo. Fenotipoak izaki bat sortzeko beharrezkoa den informazioa du, izaki horri *genotipo* deituko diogularik. Algoritmo Ge-

netikoen arloan hitz berberak erabiltzen dira. Horrela, kide baten moldatze-maila problemarekiko genotipoaren azterketan datza. Honetan fenotipoak eragin zuzena du, hau da, moldatze-funtzioa erabiliz kromosomatik konputa daiteke.

Moldatze-funtzioa problema bakar eta bakoitzarentzat zehazki diseinatu behar da. Kromosoma zehatz bat emanik, moldatze-funtzioak zenbaki erreal bat atxikitzen dio, zenbaki honek kidearen problemarekiko moldatze-maila adierazten duela suposatzen delarik.

Birsorketa-fasean zehar populazioko kideak aukeratzen dira gurutzatzeko eta seme-alabak sortzeko, non hauek, mutatu ondoren, hurrengo belaunaldia osatuko duten. Gurasoak zoriz hautatzen dira, inguruna ongien moldatuta dauden kideak hautatzea laboratuz kide bakoitzari hautatua izateko probabilitate bat atxikitzen bai-



2. irudia. Puntu batean oinarritutako gurutzaketa-eragilea.

tiogu, hau bere moldatze-funtzioarekiko proportzionala delarik. Prozedura hau “zeharkako erruletan” deiturikoan oinarrituta dagoela esaten da. Eskema honen arabera, ingurunera ondo moldatutako kideak hainbat aldiz aukeratuko dira belaunaldiko. Gaizki moldatutakoak ordea, gutxi batzuetan.

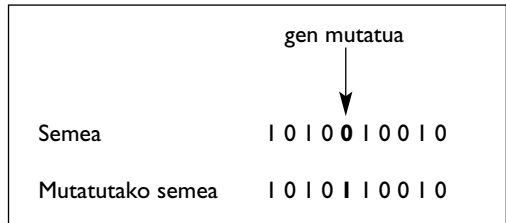
Gurasoak aukeratu eta gero, bere kromosomak konbinatu egiten dira, normalean *gurutzaketa-* eta *mutazio-eragileak* erabiliz. Eragile hauen ezaugarri nagusiak hurrenez hurren aipatzen ditugu.

Gurutzaketa-eragileak, aukeratutako bi guraso hartuz bere kromosomen segida mozten du zoriz aukeratutako posizio batean, bi hasierako eta bi bukaerako azpisegidak sortuz. Gero azpisegidak trukatu egiten dira, bi kromosoma berri oso sortuz (ikus 2. irudia). Bi semeek, guraso bakoitzaren geneak jasotzen dituzte. Eragile honek ere puntu batean oinarritutako gurutzaketa-eragile izena jasotzen du.

Normalean gurutzaketa-eragilea ez zaio aplikatzen birsorketarako aukeratu den kide-bikote orori, aleatorioki baizik (normalean 0.5 eta 1.0 tarteko probabilitateaz). Gurutzaketa-eragilea aplikatzen ez den kasuetan, semeak lortzen dira gurasoen kopia bat eginez.

Mutazio-eragilea aplikatzen zaio seme bakoitzari indibidualki, honen funtsa kro-

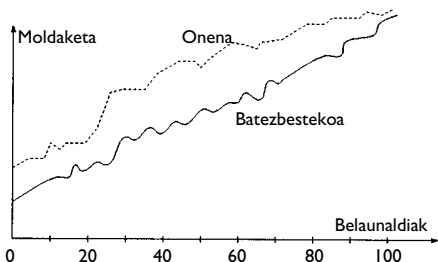
mosomaren gen bakoitzaren eraldaketan datzalarik (normalean probabilitate baxuarekin). 3. irudiak kromosomaren bosgarren genearen mutazioa erakusten du.



3. irudia. Mutazio-eragilea.

Berez gurutzaketa-eragilea mutaziozkoa baino garrantzitsuagoa dela pentsa badaiteke ere (bilaketa-eremuaren ikerketa azkarra esan nahi baitu), ohartzekoa da ere mutazio-eragileak ziurtatzen digula bilaketa-eremuko puntu orok ikertua izateko probabilitate nulua ez duela, eta horrek sekulako garrantzia du Algoritmo Genetikoaren konbergentzia ziurtatzeko, hemen azalduko ez ditugun beste maila teoriko batzuetan.

Praktika-arloan oso erabilgarria da De Jongek (7) bere doktoradutza-tesian plazaratutako konbergentziaren definizioa. Algoritmo Genetikoa ondo inplementatuta egonez gero, populazioak belaunaldietan zehar eboluzionatuko du, hala nola populazioko kideen ingurunearekiko batezbesteko moldaketa eta kide hoberenaren moldaketa op-



4. irudia. Algoritmo Genetiko Siple batean batezbesteko moldatzea eta onena

timo globalerantz joango direlarik. Konbergentziaren kontzeptua erlazionatuta dago uniformitateranzko progresioarekin: gen batek konbergitu duela esaten da gutxienez populazioko kideen % 95ak gen horrentzat balio berbera duenean. Populazioak konbergitu egin duela esaten da, gen guztiek konbergitu dutenean.

4. irudiak erakusten digu nola aldatzen den moldaketa onena eta batezbestekoa Algoritmo Genetiko Siple tipikoan. Belaunaldien kopurua handiagotzen den heinean, litekena da batezbesteko moldaketa kide hoberenaren moldaketara hurbiltzea.

Adibidea

Algoritmo Genetiko Siple baten osagai desberdinak ikusteko, pentsa dezagun ondo-

rengo problema —Goldbergetik (13) moldatua—, $f(x)=x^2$ funtzioaren maximoa topatu nahian (1,2,...,32) zenbaki osoen eremuan. Argi dago, problema hau burutzeko bilaketazko beste teknika batzuk badaudela, soluzioen esparrua hain kardinalitate txikikoa denean. Adibide soila besterik ez da, orain arte azaldutako algoritmoa ilustratu nahian.

1. irudiko sasikodean, ikus daiteke lehenengo urratsa populazioaren hasierako tamaina zehaztea dela, eta jarraian populazio hori zoriz lortzea kide bakoitzaren moldatze-funtzioa konputatuz.

Populazioko kideak kodetzeko alfabetoa (0,1) dela suposatuz, 5 luzerako segidak beharko ditugu bilaketa-eremuko 32 puntuak errepresentatzeko.

1. taulan, hasierako populazioa osatzen duten 4 kideak errepresentatu ditugu, problemarekiko azaltzen duten moldatze-funtzioaren balioarekin batera, eta baita kide bakoitzak gurutzaketarako aukeratua izateko probabilitatea ere (zeharkako erruleta erabiliz).

1. irudiko sasikodea berriro aztertuz, hurrengo pausoa populazioko kideen bi bikote aukeratzea dela ikus daiteke. Hori burutzeko nahikoa da (0,1) tarteko probabilitate uniformearen banaketako 4 zenbaki erreale lortzea, 1. taulako azken zutabeare-

	Hasierako populazioa (fenotipoak)	x genotipoaren balioa	f(x) balioa (moldatze-funtzioa)	$f(x)/\sum f(x)$ (hautatzeko probabilitatea)	Hautatzeko probabilitate metatuta
1	01101	13	169	0.14	0.14
2	11000	24	576	0.49	0.63
3	01000	8	64	0.06	0.69
4	10011	19	361	0.31	1.00
Batura			1170		
Batezbestekoa			293		
Onena			576		

1. taula. Algoritmo Genetiko Siplearen hasierako populazioaren eskuz egindako simulazioa.

Aukeratutako kideen parekatzea	Gurutzaketa-puntua	Semeak	Seme mutatu- populazio berria	x genotipo- balioa	$f(x)$ moldatze- funtzioa
11000	2	11011	11011	27	729
10011	2	10000	10000	16	256
01101	3	01100	11100	28	784
11000	3	11001	11001	25	625
Batura					2394
Batezbestekoa					598
Onena					784

2. taula. Populazioa l denboran, honen jatorria 1. taulan agertutako kideei gurutzaketa- eta mutazio-eragileak ezartzean dagoelarik, azken hauek 0 denborako populazioa osatzen dutelarik.

kin konparatuz. Horrela adibidez, pentsa dezagun 4 zenbaki horiek honakoak suertatu direla: 0.58, 0.84, 0.11 eta 0.43. Hemen-dik gurutzaketarako aukeratu diren kideak honakoak direla ondoriozta daiteke: 2 kidea 4 kidearekin eta 1 kidea 2 kidearekin.

Algoritmo Genetiko Sinplearekin jarraitze-ko, beharrezkoa zaigu gurutzaketa-probabilitatea zehaztea, p_g . Pentsa dezagun $p_g = 0.8$ zehaztu dugula. Horrela, lehen egin dugunaren antzera, banaketa uniformetik datozen bi zenbakiez baliatuz zehaztuko dugu agertutako bi parekaketak burutzen diren ala ez. Onar dezagun adibidez, banaketa uniformetik ateratako bi zenbakiak 0.8 baino txikiagoak baldin badira, bi gurutzaketak burutuko ditugula. Horretarako zoriz zenbaki bat aukeratuko dugu 1 eta $l-1$ artean (l kide bat adierazteko beharrezkoa den segidaren luzera izanik). Goi-mugatzat $l-1$ beharrean l ezarriko bagenu, arriskua lego-ke gurasoak semeen berdinak izateko.

Pentsa dezagun, 2. taulan agertzen den eran, gurutzaketa-puntuak 2 eta 3 gertatu direla. Horrela, 2. taulako hirugarren zutabeko 4 semeak lortuko genituzke. 1. irudiko sasikodearekin jarraituz mutazioa burutuko genuke, p_m probabilitatez (zerotik hurbil dago) ditugun 4 kideen segidetako bitetan.

Kasu honetan mutatu izan den bit bakarria hirugarren kidearen lehenengo genea izan dela suposatuko dugu. Azkeneko bi zutabetan agertzen dira kideen balioak eta bakoitzaren moldatze-funtzioaren balioak. Ikus daitekeenez, bai kiderik onena bai batezbesteko moldaketa zeharo hobetu dira belau-nalditik belau-naldira.

ERAGILE GENETIKOAK SALTZAILE IBILTARIAREN PROBLEMAN

Sarrera

Saltzaile ibiltariaren problemak, *TSP (Traveling Salesman Problem)* ere deitzen da, —hiri-multzo bat emanik— kostu minimoko bira lortzen saiatzen gara, hiri bakoitza behin bakarrik bisitatuz eta hasierako puntura itzuliz.

Hau honela zehaztuko genuke: zenbaki oso bat emanik, $n \geq 3$, eta matrize bat emanik, $C = (c_{ij}) \in M(n, n)$, c_{ij} osagai ez-negatiboekin, 1-etik n -rako zenbaki osoen π permutazioa lortzen saiatzen gara $\Sigma_i^n = c_{i\pi(i)}$ espresioa minimizatuko duena.

Urteetan zehar saltzaile ibiltariaren problemak ikertzaile askoren burua bete izan

du hainbat arrazoiengatik. Lehenik, *TSP*, aipatzen oso problema erraza da, baina ebazten oso zaila. Bigarrenik, *TSP* planifikazio-problema ugariri aplikatu dakioke. Azkenik, nolabaiteko test-problema bilakatu da, hau da, optimizazio konbinatoriako metodo ugari *TSP* problemari aplikatzen zaizkio beren ahalmenen ideia izateko.

TSP problemarentzat garatu diren heuristikoko ugari dira. Hauetako gehienak Lawler eta kol. (17) aipamenean agertzen dira. Bradyk (3) burutu zuen *TSP* problemarako lehen hurbilketa Algoritmo Genetikoetatik hasiz. Bere saiakuntzei jarraipena eman zieten Grefenstette eta kol. (24), Goldberg eta Lingle (14), Oliver eta kol. (21) eta beste askok. Aplikatu izan dira bilakaerako beste hainbat algoritmo ere: Fogel (9), Banzhaf (2) eta Ambati eta kol. (1). *TSP*arentzat adibide diren problemak topa daitezke, batzuetan ebazpide eta guzti, **ftp** inguruneko liburutegi batean, ondokoa tekletuz:

```
ftp sfi.santafe.edu
Name (sfi.santafe.edu: foobar): anonymous
Password: <e-mail address>
ftp> cd pub/EC/etc/data/TSP
ftp>type binary
ftp>get tsplib-1.2.tar.gz
```

Reineltrek konpilatu zuen liburutegia. Honi buruzko informazio gehiago lortzeko ikusi Reinelt (23).

Jarraian, gure saiakuntzetan erabiliko dugun adierazpidearekin zerikusia duten gurutzaketa eta mutazio-eragileak soilik azalduko ditugu.

Ibilbidean oinarritutako adierazpidea

Ibilbidean oinarritutako adierazpidea bira bat agertzeko erarik naturalena da. Hone-tan, bira bat n hirien zerrenda gisa adieraz-

ten da. Horrela, i hiria zerrendako j garren elementua bada, i hiria izango da bisitatuko dugun j garren hiria. Adibidez, $3 - 2 - 4 - 1 - 7 - 5 - 8 - 6$ bira honela adieraziko da:

(3 2 4 1 7 5 8 6).

Eragile klasikoek adierazpide honekin funtzionatzen ez dutenez, ondoren azalduko diren gurutzaketa- eta mutazio-eragileak definitu dira.

Gurutzaketa-eragileak

Egokitzapen partzialean oinarritutako gurutzaketa-eragilea (PMX)

PMX eragilea Goldberg eta Linglek (14) plazaratu zuten. Honekin, guraso baten informazio-segidaren zati bat beste gurasoaren tamaina berdineko beste segida batekin parekatzen da, gainerako informazioa trukatatu egiten dutelarik.

Adibidez, ondorengo gurasoak kontsideratuz:

(12345678) eta
(37516824),

PMX gurutzaketa-eragileak, birak ondorengo eran sortzen ditu. Lehenik, probabilitate uniforme bi banaketa-puntu aukeratzen ditu gurasoen biretan zehar. Lehen ebaki-puntua birako hirugarren eta laugarren elementuen artean, eta bigarrena seigarren eta zazpigarren elementuen artean aukeratzen dela pentsatuz:

(123/456/78) eta
(375/168/24).

Egokitzapen biunibokoa dagoela onartzen da bi ebaki-puntuen artean dauden azpise-

giden artean. Gure adibidean, esandako egokitzapena ondorengo da: $4 \leftrightarrow 1$, $5 \leftrightarrow 6$ eta $6 \leftrightarrow 8$. Jarraian, lehenengo gurasoaren azpisegida bigarrengo semea kopiatzen da. Era berean, bigarren gurasoarena lehenengo semea:

semea 1: (xxx/168/xx) eta
semea 2: (xxx/456/xx).

Hurrengo pausoa, *igarren* semea ($i=1,2$) betetzen da *igarren* gurasoaren elementuak kopiatuz. Hiri bat jadanik semea legokeen kasuan, ordezkatu egingo litzateke aurreko egokitzapena kontuan hartuz. Adibidez, 1 semearen lehen elementua batekoa izango da, lehenengo gurasoaren lehen elementua bezala. Baina lehen semea batekoa egonda, eta $1 \leftrightarrow 4$ kontuan izanik, 4 hiria hartzen da 1 semearen lehen elementu gisa. 1 semearen bigarren, hirugarren eta zazpigarren elementuak aukera daitezke lehen gurasotik. Baina 1 semearen azken elementuak 8 izan beharko zuen; jadanik dagoeneko hiria. $8 \leftrightarrow 6$, eta $6 \leftrightarrow 5$ egokitzapenak kontuan hartuz, bere orde 5 aukeratzen da. Horrela

semea 1: (423/168/75).

Era berdintsuan lortzen da:

semea 2: (378/456/21).

Zikloetan oinarritutako gurutzaketa-eragilea (CX)

CX eragileak (Oliver eta kol. (21)) gurasoetatik semea sortzen du, gurasoetako batek egokitzen zaion elementuarekin semearen posizio guztiak betetzen direlarik. Adibidez,

(12345678) eta
(24687531),

gurasoak kontsideratuz, semearen lehen elementua aukeratuko dugu, guraso bietako lehen elementuko edozeinetatik. Horregatik, semearen lehen elementuak 1 edo 2 izan beharko du. Pentsa dezagun 1 aukeratzen dela. Oraingoz semeak ondorengo itxura izango du:

(1*****).

Ondoren semearen azkeneko elementua kontsideratzera jo behar dugu. Elementu hori guraso bietako batetik aukeratu behar denez, 8 edo 1 bakarrik izan daiteke. 1 aurretik aukeratua izan denez, 8 aukeratuko da, semeak ondoko itxura hartuko duelarik:

(1*****8).

Era berean semearen bigarren eta laugarren elementuak lehen gurasotik aukeratu behar direla ikusten dugu, horrek ondokoa sortarazten digularik:

(12*4***8).

Ziklo hori bukatu eta gero, jarraian semearen hirugarren elementua kontsideratuko dugu. Elementu hori bi gurasoetako edozeinetatik aukera daiteke. Pentsa dezagun aukeraketa bigarren gurasotik egin dugula. Honen ondorioz, semearen bosgarren, seiagarren eta zazpigarren elementuak bigarren gurasotik aukeratu behar dira, ziklo bat osatu behar dutelako. Horrela, ondoko semea lortuko dugu:

(12647538).

*Ordenean oinarritutako gurutzaketa-
-eragilea (OX1)*

OX1 eragileak, Davisek (5) plazaratuak, semeak guraso baten azpibira bat aukeratuz eta beste gurasoaren hirien ordena erlatiboa mantenduz eraikitzen ditu.

Adibidez, aurrekoan agertutako gurasoen bi birak kontsideratuz:

(12345678) eta
(24687531),

eta lehenengo ebaki-puntua bigarren eta laugarren elementuen artean, eta bigarren-
goa bosgarren eta seigarren elementuen
artean aukeratzen dela suposatuz, honakoa
lortzen da:

(12/345/678) eta
(24/687/531).

Semeak ondoko eran eraikitzen dira: lehe-
nik, ebaki-puntuaren tartean dauden azpibirak
semeetan kopiatzen dira, ondokoa lortuz

(* */345/* * *) eta
(* */687/* * *).

Jarraian, gurasoetako baten bigarren
ebaki-puntutik hasiz, gainerako hiriak
kopiatzen dira beste gurasoan agertzen
diren ordena mantenduz, jadanik semearen
biran kokatuak ditugun hiriak albo batera
utziz. Gurasoaren segidaren bukaerara iris-
tean, bere lehenengo posiziora jotzen dugu.
Gure adibidean, honek ondorengo semeak
sortarazten ditu:

(87/345/126) eta
(45/687/123).

*Ordenean oinarritutako gurutzaketa-
-eragilea (OX2)*

Syswerdak (25), lanen sekuentziazioko pro-
blemekin lotuta, OX2 eragilea proposatzen
du, hau OX1 eragilearen aldakuntza kontsi-
dera daitekelerarik. OX2 eragileak zoriz auke-
ratzen ditu gurasoetako baten posizio
batzuk, jarraian beste gurasoan aukeratuta-
ko posizioen elementuen ordena ezartzen
duelararik.

Adibidez, honako gurasoak kontsideratuz

(12345678) eta
(24687531),

eta bigarren gurasoan bigarren, hirugarren
eta seigarren posizioak aukeratzen direla
suposatuz. Posizio hauetan ditugun elemen-
tuak hurrenez hurren 4, 6 eta 5 dira. Semea
gurasoarekin bat etorriko da lau, bost eta
sei posizioetan izan ezik:

(123 * * * 78).

Jarraian semearen hutsuneak betetzen
ditugu bigarren gurasoan agertzen diren
ordena kontuan hartuz. Emaizatzat ondo-
koa lortuko dugu:

(12345678).

Lehen eta bigarren gurasoen artean beren
betebeharrak aldatuz, eta aukeratutako
posizio berberak erabiliz, bigarren semea
lortuko dugu:

(24387561).

Posizioan oinarritutako gurutzaketa-eragilea (POS)

Syswerdak (25) ere proposatzen du, sekuentziazioko problemekin lotuta, OX1 eragilearen bigarren aldakuntza: POS eragilea. POS eragilea ere gurasoen biretako posizio-multzo bat zoriz aukeratzen hasten da. Baina eragileak aukeratutako elementuen posizioak ezartzen ditu, beste gurasoan bat datozen posizioetan. Adibidez, ondorengo gurasoak kontsideratuz:

(12345678) eta
(24687531),

eta bigarren, hirugarren eta seigarren posizioak aukeratu direla suposatuz, honek ondoko semeak eraikiko lituzke:

(14623578) eta
(42387651).

Arkuen kombinazioan oinarritutako gurutzaketa-eragilea (ER)

Eragile hau Whitleyk eta kol. (27) eraiki zuten. Whitley eta Starkweatherrek (29), erabiltzen dute “arkuen lotura” delakoa, honek bertan hasi edo amaitzen duten arkuak hiri bakoitzarentzat eskaintzen dituelarik. Adibidez, ondoko birak kontsideratuz:

(123456) eta
(243156),

ondorioz sortutako “arkuen lotura” 3. taulan ikus daiteke. ER eragileak jarraiko algoritmoaren arabera lan egiten du:

1. Aukeratu bi gurasoetako bira baten hasierako hiria. Aukeraketa hau zoriz

hiria	hiri konektatuak
1	2, 6, 3, 5
2	1, 3, 4, 6
3	2, 4, 1
4	3, 5, 2
5	4, 6, 1
6	1, 5, 2

3. taula. Arkuen loturak (1 2 3 4 5 6) eta (2 4 3 1 5 6) birentzat.

egin daiteke edo 4. pausoa agertuko den irizpidearen arabera. Aukeratutako hiriari “erreferentzi hiria” deituko diogu.

2. “Erreferentzi hiriaren” agerpen guztiak kendu “arkuen loturen” taulako eskuin aldeko dagozkion tokietan.
3. “Erreferentzi hiriak” arkuen listan agerpenik badu 4. pausora goaz, bestela 5. pausora.
4. Zehaztu “erreferentzi hiriarekin” konektatuak dauden hirien zerrendatik zein den bere arkuen listan agerpen gutxien dituen hiria. Hiri hori bihurtuko da “erreferentzi hiri”. Berdinketak zoriz erabaki. Ondoren, 2. pausora joan.
5. Bisitatzeko hiririk geratzen ez bada, algoritmoa geratu. Hau horrela ez bada, zoriz aukeratu bisitatu ez den hiri bat eta 2. pausora joan.

Aurreko adibidearentzat, honakoa dugu:

* Beherazko lehen bira hasieratzen da gurasoetako baten hasierako hiriren batekin. Bai 1 eta bai 2 hiriek, biek 4 arku dituzte; zoriz 2 hiria aukeratzen dugu.

* 2 hiriarentzako zerrendak esaten digu hurrengo “erreferentzi hiri” bilakatzeko hautagaiak 1, 3, 4 eta 6 hiriak direla. Bai 3, 4 eta 6 hiriek hiru arku dituzte: hasierako hirurak, 2 hiriarekin duten konexioa izan ezik. 1 hiriak hiru arku ditu, eta

horregatik ez da kontuan hartzen. Pentsa dezagun zoriz 3 hiria aukeratzen dela.

- * 3 hiria 1 eta 4 hiriekin konektatua dago. 4 hiria aukeratzen da arku gutxien dituen delako.
- * 4 hiriak arku bat bakarrik duenez, 5 hirira doana, hauxe aukeratzen da “erreferentzi hiri” berri gisa.
- * 5 hiriak arkuak ditu 1 eta 6 hirietara, bi hauek arku bat bakarrik dutelarik. Zoriz 1 hiria aukeratu dugu.
- * 1 hiritik 6 hirira joan behar du.

Ondorioz, sortutako bira honakoa da,

(234516),

non hau bi gurasoen biren arkuak bakarrik erabiliz sortu den.

Botuen kombinazioan oinarritutako gurutzaketa-eragilea (VR)

Mühlenbeinek (19) proposaturiko VR eragilea p -sexuala den gurutzaketa-eragile gisa ikus daiteke, non $p \geq 2$ edo hau baino handiagoa den zenbaki naturala den. Atari-zenbaki bat definitzen hasten da, p edo hau baino txikiagoa den zenbaki naturala. Jarraian, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ bakoitzarentzat i garren elementuen multzoa. Multzo horretan elementuren bat aipatutako muga baino gehiagotan agertzen bada, elementu hori semearengan kopiatzen da.

Adibidez, ondoko gurasoak kontsideratuz ($p=4$)

(143526), (124356),
(321546), (123456)

eta mugatzat 3 ezarri gero, topatzen dugu

(12 * * * 6).

Beste posizio guztiak mutazioekin betetzen dira. Beraz, gure adibidearen emaitza posibletako bat hau litzateke:

(124536).

Posizioen alternantzia oinarritutako gurutzaketa-eragilea (AP)

AP eragileak (Larrañaga eta kol. (16)), seme bat sortzen du lehen eta bigarren gurasoetatik hiriak alternatiboki aukeratu, gurasoen ordenaren arabera, semearen biran jadanik aurkitzen diren hiriak alde batera utziz.

Adibidez, lehenengo gurasoa balitz

(12345678)

balitz eta bigarrena

(37516824),

AP gurutzaketa-eragileak ondoko semea eraikitzen du:

(13275468).

Gurasoen ordena aldatuz hau lortzen da:

(31725468).

Mutazio-eragileak

Desplazamenduan oinarritutako mutazio-eragilea (DM)

DM eragilea (Michalewicz (18)) hasten da zoriz azpisegida bat aukeratzen. Azpisegida hori biratik ateratzen da eta zoriz aukeratu-tako leku batean txertatzen da.

Adibidez, ondoko bira kontsideratuz:

(12345678),

eta (345) azpiseğida aukeratzten dela suposatuz, hau kendu eta gero ondokoa dugu:

(12678).

Pentsa dezagun txertatzeko aleatorioki 7 hiriak aukeratu dugula beratik aurrera aurreko azpiseğida hautatua. Horrek, ondoko bira sortuko luke:

(12673458).

Aldaketetan oinarritutako mutazio-eragilea (EM)

EM eragileak (Banzhaf (2)) zoriz birako bi hiri aukeratzten ditu, trukatzu.

Adibidez, ondoko bira kontsideratuz:

(12345678)

eta zoriz hirugarren eta bosgarren hiriak aukeratu ditugula suposatuz. Horrela, EM eragilearen eraginak aurreko biraren gainean ondokoa eraikiko luke:

(12543678).

Txertaketan oinarritutako mutazio-eragilea (ISM)

ISM eragileak (Fogel (9) eta Michalewicz (18)) zoriz, biraren barneko hiri bat aukeratzten du, jarraian hiri hori biratik atera eta zoriz biran aukeratutako lekuren batean txertatzten duelarik.

Adibidez, berriro aurreko bira kontsideratuz:

(12345678),

eta 4 hiri 7 hiriaren jarraian txertatzeko aukeratzten dela suposatuz, emaitzatzat ondokoa genuke:

(12356748).

Txertaketa sinplean oinarritutako mutazio-eragilea (SIM)

SIM eragileak (Holland (15), Grefenstette eta kol. (24)) segidan bi ebaki-puntu aukeratzten ditu jarraian bi ebaki-puntu horien arteko azpiseğida alderantziz iraultzeko.

Adibidez, ondoko bira kontsideratuz:

(12345678),

eta lehen ebaki-puntua bigarren eta hirugarren hirien artean, eta bigarren mozketapuntua bosgarren eta seigarren hirien artean aukeratzten dela suposatuz, ondorioz sortutako bira hau litzateke:

(12543678).

Txertaketan oinarritutako mutazio-eragilea (IVM)

IVM eragileak (Fogel (10), (11)) DM eragilearen antzekotasun handia du. Zoriz azpibira bat aukeratzten da biratik aterata, jarraian txertatzeko alderantzizko ordenean aleatorioki aukeratutako posizioan.

Adibidez, ondoko bira kontsideratuz:

(12345678),

eta (345) azpibira aukeratzten dela suposatuz, jarraian 7 hiri eta gero txertatzeko, honakoa lortuko genuke

(12675438).

Aldaketan oinarritutako mutazio-eragilea (SM)

Syswerdak (25) plazaratutako eragile honek azpibira bat zoriz aukeratzen du, jarraian azpibira horretako hirien ordena aldatzeko.

Adibidez, jarraiko bira kontsideratuz:

(12345678),

eta (4567) azpibira aukeratzen dela suposatuz, emaitzatat ondokoa lortuko genuke:

(12356748).

GIPUZKOAKO HIRIETAKO BIRA EGOKIENAREN ATZETIK

Atal honetan, egindako saiakuntzen emaitzak agertzen dira, gurutzaketa- eta mutazio-eragileen arteko konbinazio ezberdinekin (hauek aurreko kapituluan aurkeztu ditugu), ibilbidean oinarritutako adierazpidearen arabera.

Aplikazio-adibidea bira optimoa bilatzean, hau da, kostu gutxienean (kilometro gutxienean) oinarrituta dago, Gipuzkoan 5.000 biztanleko zentsua (boto-eskubidea dutenena) baino gehiagoko 21 herrieneta-

A	A	A	B	B	D	E	H	H	L	L	O	P	T	Z					
n	r	z	z	e	e	o	g	e	a	a	i	a	r	u					
d	a	o	e	a	r	r	o	r	r	r	-	n	t	r					
o	s	i	i	s	g	s	i	i	n	i	O	a	ñ	a					
a	a	t	t	a	a	t	b	b	a	b	r	r	z	a					
i	t	i	i	r	i	a	a	a	n	i	u	i	p	z					
n	e	a	a	n	a	a	r	r	i	a	n	a	i	n					
61.0																			
44.0	28.0																		
39.0	33.0	5.0																	
27.0	34.0	27.0	32.0																
51.0	10.0	25.0	30.0	24.0															
13.9	74.9	47.9	42.9	40.9	64.9														
73.0	16.6	20.0	25.0	41.0	17.0	72.0													
66.0	23.6	13.0	18.0	40.0	16.0	65.0	7.0												
6.0	67.0	40.0	35.0	33.0	57.0	7.9	69.0	62.0											
30.2	91.2	64.2	59.2	57.2	81.2	16.3	88.3	81.3	24.2										
29.0	90.0	63.0	58.0	56.0	80.0	15.1	87.1	80.1	23.0	6.2									
8.0	69.0	52.0	47.0	35.0	59.0	8.2	65.0	58.0	5.2	29.4	28.2								
44.6	22.4	18.6	23.6	17.6	15.6	58.5	32.6	31.6	50.6	74.8	63.6	52.6							
17.7	78.7	51.7	46.7	44.7	68.7	19.6	80.7	73.7	11.7	10.9	8.4	16.9	62.3						
57.0	11.0	31.0	36.0	30.0	13.0	70.9	30.0	29.0	63.0	87.2	86.0	65.0	12.4	90.5					
16.7	77.7	50.7	45.7	43.7	67.7	2.8	74.8	67.8	10.7	13.5	12.3	11.0	60.3	4.0	22.4				
17.7	78.7	51.7	46.7	44.7	68.7	3.8	75.8	68.8	9.7	12.5	11.3	12.0	61.3	3.0	23.4	1.0			
14.0	47.0	30.0	25.0	13.0	37.0	27.9	50.0	43.0	20.0	44.2	43.0	22.0	30.6	31.7	43.0	30.7	31.7		
40.0	21.0	14.0	19.0	13.0	11.0	53.9	30.0	29.0	46.0	70.2	69.0	48.0	4.6	57.7	17.0	56.7	57.7	37.0	
27.0	58.6	32.0	27.0	54.0	55.0	26.0	46.0	39.0	23.0	47.2	46.0	18.0	50.6	33.7	63.0	24.0	25.0	41.0	46.0
38.0	49.0	21.0	16.0	65.0	46.0	37.0	35.0	28.0	34.0	58.2	57.0	30.0	39.6	44.7	52.0	35.0	36.0	52.0	35.0

4. taula. Herrien arteko distantziak kilometrotan. Taulako ilarei goialdean agertutako herri bakoitza dagokie. Adibidez, lehenengo ilara (hutsa), Andoaini, eta azkeneko Zumaiari. Agertzen ez den Zarautz eta Zumaia arteko distantzia 11.0 kilometrokoa da.

koan (zentsuko datu hauek 1994ko urriko 23an Eusko Legebiltzarrerako hauteskunde-etan erabili ziren, EUSTATEk lortuak (8)).

Erreferentzia honen arabera, baldintza hau betetzen duten 21 herriak ondokoak dira: (1)Andoain, (2)Arrasate, (3)Azkoitia, (4)Azpeitia, (5)Beasain, (6)Bergara, (7)Donostia, (8)Eibar, (9)Elgoibar, (10)Hernani, (11)Hondarribia, (12)Irun, (13)Lasarte-Oria, (14)Legazpi, (15)Oiartzun, (16)Oñati, (17)Pasaia, (18)Errenteria, (19)Tolosa, (20)Zumarraga, (21)Zarautz, (22)Zumaia.

4. taulak distantzien matrizea erakusten du —goi-triangeluarra, distantzien sime-triagatik—, herri-bikote ezberdinen arteko distantziekin. Distantzia hauek Gipuzkoako Foru Aldundiaren Errepide eta Garraio Zerbitzuak argitaratutako mapa batetik kalku-latu dira. Ohartzekoa da, Beasain eta Ordi-ziako herriak bat egin ditugula, hala nola Urretxu eta Zumarraga.

Herrietako bira optimoa bilatzeko erabili-tako Algoritmo Genetikoak, GENITOREn oinarriak jarraitzen ditu (ikus Withley eta kol. (27)). Minimizatzen saiatzen garen funtzioa, birak lotzen dituen herrien distan-tzien baturarena da. Birak ibilbidean oina-rritutako adierazpide delakoaren arabera errepresentatu izan dira. Ondoko parametro-ak kontsideratu izan dira, Algoritmo Geneti-koaren portaera baldintzatzen dutelarik:

- * gurutzaketa-eragileak (AP, CX, ER, OX1, OX2, PMX, POS, VR)
- * mutazio-eragileak (DM, EM, ISM, IVM, SIM, SM)
- * populazio-tamainak ($\lambda=10$, $\lambda=50$, $\lambda=100$, $\lambda=250$)
- * mutazio-probabilitatea ($p_m=0.1$, $p_m=0.01$)
- * hautatze-presioa ($b=0.75$, $b=1.25$, $b=1.90$)

Konbergentzi irizpidea, honetan oinarritu izan da: 2.000 iterazio eta gero batezbeste-ko ebaluazioa kide hoberenarekin bat etorriko balitz, (50.000 iterazio eta gero hau gertatuko ez balitz) orduan algoritmoaren exekuzioa geldiaraziko genuke.

Horrela, parametro ezberdinen balio posi-ble guztietarako (8x6x4x2x3) konbinazio ditugu, hauetako bakoitzarentzat 10 bilake-ta edo entsaiu egin direlarik. Horrela, guzti-ra egindako bilaketa-kopurua 11.520 izan da. Simulaketa-kopuru handi honek, esta-tistikoki ahalmenduko gaitu hainbat ondo-rio ateratzeko. Analisi estatistiko hauek egin dira SPSS softwarez (26).

5. taulak gurutzaketa- eta mutazio-eragileen konbinaketek sortarazten dituz-ten emaitzik hoberenak jasotzen ditu. Horrela, 240 bilaketa ezberdinetatik aterata-ko emaitzik hobereena litzateke. Ikus daite-ke, gurutzaketa-eragile guztiak –AP eta VR ezik– kapaz direla, mutazio-eragilea albo

	AP	CX	ER	OX1	OX2	PMX	POS	VR	
DM	223.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	224.80	221.80
EM	225.30	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	228.40	221.80
ISM	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	225.30	221.80
IVM	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	223.80	221.80
SIM	224.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	230.10	221.80
SM	226.10	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	229.70	221.80
	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	221.80	223.80	221.80

5. taula. Gurutzaketa- eta mutazio-eragileak. Bira hoberenak. Kilometro-kopurua.

	AP	CX	ER	OXI	OX2	PMX	POS	VR	
DM	327.77 79.20	262.24 32.31	265.02 64.69	268.46 63.54	279.50 65.05	299.44 74.74	266.81 61.78	263.88 87.35	291.63 75.93
EM	334.46 74.14	272.25 36.14	264.99 60.40	278.73 67.53	290.18 74.93	327.67 82.16	281.60 69.37	388.83 77.86	304.83 79.57
ISM	327.89 77.11	267.37 34.42	263.95 69.68	271.80 61.81	290.06 72.05	304.89 69.96	269.06 60.71	365.02 75.09	295.00 74.27
IVM	322.07 73.32	261.87 33.16	261.84 62.21	269.08 64.21	279.16 63.10	297.10 74.32	268.55 64.10	360.95 87.67	290.07 74.45
SIM	387.47 78.06	269.61 35.73	281.59 83.31	291.48 84.05	317.66 90.72	347.43 91.32	295.41 84.12	412.84 65.25	324.31 91.64
SM	387.00 85.52	273.13 38.94	282.13 88.60	290.44 81.94	315.47 87.07	352.72 96.56	295.44 88.20	414.13 70.60	326.30 94.94
	346.27 82.13	267.74 35.40	269.92 72.65	278.33 71.60	295.33 77.65	321.54 84.97	279.47 73.11	384.27 80.82	305.36 83.54

6. taula. Gurutzaketa- eta mutazio-eragileak. Batezbesteko aritmetikoa eta desbidazio estandarra. Kilometro-kopurua.

batera utziz, kontsidera dezakegun bira optimo edo egokiena topatzen:

Irun – Hondarribia – Errenteria – Pasaia – Donostia – Lasarte-Oria – Zarautz – Zumaiia – Azpeitia – Azkoitia – Elgoibar – Eibar – Bergara – Arrasate – Oñati – Legazpi – Zumarraga – Beasain – Tolosa – Andoain – Hernani – Oiartzun.

Bira honen kostua 221,80 km da. Bere marrazkia hurrengo orrialdetan agertzen da. Taulan ere ikus daiteke, ISM eta IVM mutazio-eragileek topatzen dutela, gurutzaketa-

-eragileen eraginik gabe, aipatutako bira optimo hau (VRarentzat izan ezik).

6. taulak batezbesteko emaitzak (240 bilaketen gainean), eta desbidazio estandarrrak agertzen ditu; gurutzaketa- eta mutazio-eragileen konbinazioen emaitzei dagozkienak. Aipatzekoa da CX eta ER gurutzaketa-eragileen portaera ona (lehenengoak portaera egonkorragoa); aurkakoa gertatzen da ordea, VR eta AP eragileekin. Mutazio-eragileei dagokienez, aipatzekoa da ISM eta IVM eragileen portaera ona, SIM eta SM eragileei buruz aurkakoa esan daitekeelarik.

	AP	CX	ER	OXI	OX2	PMX	POS	VR	
DM	2055	3161	2230	2164	2118	2055	2148	2134	2055
EM	2068	15706	2176	2129	2154	2049	2120	2230	2049
ISM	2668	2708	2414	2071	2068	2385	2134	2164	2068
IVM	2783	3721	2155	2025	2575	2042	2159	2802	2025
SIM	2293	3126	2141	2251	2116	2536	2118	2078	2118
SM	2231	3868	2070	2312	2131	2028	2138	2302	2028
	2055	2708	2070	2025	2068	2028	2118	2078	2025

7. taula. Gurutzaketa- eta mutazio-eragileak. Emaitza hoberenak. Iterazio-kopurua.

	AP	CX	ER	OX1	OX2	PMX	POS	VR	
DM	11480 6957	24661 16098	6406 2534	8714 5061	9290 5427	8457 4519	8763 5583	23649 16141	12678 11423
EM	10446 5784	24043 4359	6331 2340	8629 5085	8879 5469	8106 3940	8284 5244	24097 16292	12353 11306
ISM	11748 7553	24153 15940	6796 2774	9045 5164	9284 5317	8783 5039	9024 5801	24553 16472	12923 11525
IVM	11867 7554	24040 14212	7132 2636	8798 5089	9835 5864	8851 4800	8708 5205	24278 16036	12939 11229
SIM	8380 5446	23326 15717	5843 2385	8007 5029	7811 5375	7357 3873	7713 5495	20785 17168	11153 11171
SM	8695 5280	23721 15920	5936 2468	8111 5405	7736 5077	6864 3952	7639 5130	21001 16573	11213 11161
	10436 6643	23991 15764	6407 2563	8551 5145	8806 5473	8070 4432	8355 5431	23061 16496	12210 11326

8. taula. Gurutzaketa- eta mutazio-eragileak. Batezbesteko aritmetikoa eta desbidazio estandarra. Iterazio-kopurua.

7. eta 8. taulek, aztertutako bira-kopurua aipatzen dute, lehen agertutako irizpide batez, algoritmoa gelditzen den arte.

7. taulan, kontsideratutako gurutzaketa- eta mutazio-eragileen konbinazioentzat, aztertutako bira-kopuru minimoa agertzen da. Bira-kopuru gutxien aztertzen dituen eragilea CX dela ikus daiteke, beste gurutzaketa-eragileekin antzeko emaitzak lortzen direlarik. Antzeko zerbait gertatzen da SIM mutazio-eragilearekin, beste mutazio-eragileekin konparatuta.

8. taulan gurutzaketa- eta mutazio-eragile ezberdinen batezbesteko abiadura ikus dezakegu. Gurutzaketa-eragileen artean, aipatzekoa da ERren azkartasuna, OX eta VR eragile "motelekin" erkatuz gero. Mutazio-eragileei dagokienez, lortutako emaitzetatik ezin ditzakegu desberdintasun nabariak azpimarratu.

9. taulak batezbesteko emaitzak aipatzen ditu (2880 bilaketan gainean), hala nola bira hoberenen desbidazio estandarrek, erabili izan ditugun populazio-tamaina ezber-

	batezbestekoa	desbidazio estandarra
$\lambda = 10$	374.47	94.19
$\lambda = 50$	303.37	64.03
$\lambda = 100$	277.08	56.47
$\lambda = 250$	266.52	68.37

9. taula. Populazioaren tamaina. Batezbesteko aritmetikoa eta desbidazio estandarra. Kilometro-kopurua.

dinen arabera. Ikus daitekeenez, populazioaren tamaina handiagotu ahala, Algoritmo Genetikoaren portaera hobetu egiten da, hobekuntza honen ondorioz Algoritmoa moteldu egiten delarik, ebaluazio gehiago eginez, 10. taulan ikus daitekeen eran.

	batezbestekoa	desbidazio estandarra
$\lambda = 10$	6554.27	3327.85
$\lambda = 50$	7897.26	5319.91
$\lambda = 100$	12006.00	9603.77
$\lambda = 250$	22382.67	15083.58

10. taula. Populazioaren tamaina. Batezbesteko aritmetikoa eta desbidazio estandarra. Iterazio-kopurua.

	batezbestekoa	desbidazio estandarra
$p_m = 0.1$	281.21	64.62
$p_m = 0.01$	329.51	92.83

11. taula. Mutazio-probabilitatea. Batezbesteko aritmetikoa eta desbidazio estandarra. Kilometro-kopurua.

11. taulak batezbesteko emaitzak jasotzen ditu (5760 bilaketen gainean), hala nola kontsideratutako mutazio-probabilitate ezberdinen arabera sortutako bira hobere-
nen desbidazio estandarra. Batezbesteko portaera hobeak ikus daiteke mutazio-probabilitate altuarekin, aurrekoan gertatu bezala, honek ebaluazio-kopuru handiagoa daka-
rrelarik, 12. taulan ikus daiteken eran.

	batezbestekoa	desbidazio estandarra
$p_m = 0.1$	13285.80	11699.21
$p_m = 0.01$	11134.30	10835.73

12. taula. Mutazio-probabilitatea. Batezbesteko aritmetikoa eta desbidazio estandarra. Iterazio-kopurua.

13. taulak batezbesteko emaitzak jasotzen ditu (3.840 bilaketen gainean), hala nola bira hobere-
nen desbidazio estandarra, kontsideratutako hautespen-presioaren arabera,

	batezbestekoa	desbidazio estandarra
$b = 0.75$	297.95	81.57
$b = 1.25$	305.87	84.75
$b = 1.90$	312.26	83.69

13. taula. Hautespen-presioa. Batezbesteko aritmetikoa eta desbidazio estandarra. Kilometro-kopurua.

b . Esandako b parametro honek, hobere-
nen aukeraketaren premisa faboratzeko, lehen-
tasuna ematen dio populazioko kide hobere-
nei, batezbesteko kidearen aurrean. Balio
hau txikiagotzearen arabera, batezbesteko
emaitza hobeak lortu izan dira, hobekuntza
honek Algoritmoa moteltzea eragin duelarik
(ebaluazio gehiago eginez, 14. taulan ikus
daiteken eran).

	batezbestekoa	desbidazio estandarra
$b = 0.75$	14195.86	12583.25
$b = 1.25$	12187.29	11398.03
$b = 1.90$	10247.00	3427.61

14. taula. Hautespen-presioa. Batezbesteko aritmetikoa eta desbidazio estandarra. Iterazio-kopurua.

15. taulan ikus daitezke, biren kilometro-
kopuruari dagokionez, lortu izan ditugun
10 birarik onenak, algoritmoaren exekuzio-
an parte hartu duten 5 parametroak kontsi-

gu. er	mu. er.	mu. pr.	po. ta.	ha.pr.	ba. be	de. es.
ER	SM	0.1	250	0.75	221.90	0.31
ER	SIM	0.1	250	1.25	221.90	0.31
POS	IVM	0.1	250	0.75	221.90	0.31
ER	SIM	0.1	250	0.75	222.00	0.42
ER	EM	0.1	250	1.25	222.00	0.42
ER	IVM	0.1	250	0.75	222.10	0.48
ER	SIM	0.01	250	0.75	222.13	0.53
ER	SIM	0.1	250	0.75	222.15	1.10
ER	IVM	0.1	250	1.25	222.30	0.97
ER	DM	0.01	250	0.75	222.31	1.16

15. taula. Parametro guztien konbinaziorik onenak. Kilometro-kopurua.

deratuz. Hau da: gurutzaketa-eragilea, mutazio-eragilea, mutazio-probabilitatea, populazioaren tamaina eta hautespen-presioa. Ohartzekoa da, 10 bira hauetan, populazioaren tamaina 250 izan dela. Bestetik, 10 hauetako 9 konbinaziotan, EM gurutzaketa-eragilea izan da partaidea. Gainera, 10 hauetako 8 konbinaziotan, mutazio-probabilitatea 0.1 izan da, hala nola hautespen-presioa 0.75. Azkenik, mutazio-eragileen aldetik aniztasun handiagoa dugula esan daiteke.

ONDORIOAK

Lan honetan Algoritmo Genetiko izenez eza-gutzen den paradigma azaldu dugu. Algoritmo Genetiko hauek, Adimen Artifiziala deritzen arloan erabili dira azken urteotan, optimizazio-konbinatoriako problemetan. Horregatik lan honetan intuizioa zehaztasun matematikoarekin elkartzen saiatu gara.

Adierazpen-mota ezberdinak ere ikertu dira, eta saltzaile ibiltariaren problemari

atxikitutako gurutzaketa- eta mutazio-eragileak ere bai, ibilbidean oinarritutako ibilbideari garrantzi berezia emanaz.

Aurrekoaren aplikazio bat bilatu nahian, Gipuzkoako 5.000 biztanleko 22 (Ordizia eta Beasain alde batetik eta Zumarraga eta Urretxu bestetik kasu berdintzat hartuz) herrien bira optimo edo egokienaren problema ebazten saiatu gara, ondorengo emaitza lortuz: Irun – Hondarribia – Errenteria – Pasaia – Donostia – Lasarte-Oria – Zarautz – Zumaia – Azpeitia – Azkoitia – Elgoibar – Eibar – Bergara – Arrasate – Oñati – Legazpi – Zumarraga – Beasain – Tolosa – Andoain – Hernani – Oiartzun.

Bira honen kostua 221,80 km da.

Burututako simulazioetatik abiatuz, problema berezi honentzat ER gurutzaketa-eragilearen nagusitasuna azpimarra daiteke, hala nola populazio handiagoen portaera hobe tamaina txikiagokoeekin konparatuz. Bestetik, mutazio-probabilitatea handiagotuz goazen heinean ere emaitza hobeak lortzen ditugu, hautespen-presioarekin alderantzizkoa gertatzen delarik.

BIBLIOGRAFIA

- (1) AMBATI, B.K., AMBATI, J. ETA MOKHTAR, M.M. (1991) Heuristic combinatorial optimization by simulated Darwinian evolution: A polynomial time algorithm for the traveling salesman problem, *Biological Cybernetics*, 65, 31-35.
- (2) BANZHAF, W. (1990) The “molecular” traveling salesman, *Biological Cybernetics*, 64, 7-14.
- (3) BRADY, R.M. (1985) Optimization strategies gleaned from biological evolution, *Nature*, 317, 804-806.
- (4) DARWIN, C. (1859) *On the Origin of Species by Means of Natural Selection*, Murray, Londres.
- (5) DAVIS, L. (1985) Applying adaptive algorithms to epistatic domains, *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 162-164.
- (6) DAVIS, L. (ED.) (1991) *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, New York.

- (7) DE JONG, K.A. (1975) An analysis of the behaviour of a class of genetic adaptive systems, Doktore-tesia, Unibersity of Michigan.
- (8) EUSTAT (1995), Euskal Urtekari Estatistikoa 94, Euskal Herriko AEko Administrazioa.
- (9) FOGEL, D.B. (1988) An evolutionary approach to the traveling salesman problem, *Biological Cybernetics*, 60, 139-144.
- (10) FOGEL, D.B. (1990) A parallel processing approach to a multiple traveling salesman problem using evolutionary programming, Canter, L. (ed.) *Proceedings on the Fourth Annual Parallel Processing Symposium*, Fullerton, CA, 318-326.
- (11) FOGEL, D.B. (1993) Applying evolutionary programming to selected traveling salesman problems, *Cybernetics and Systems*, 24, 27-36.
- (12) GREFENSTETTE, J., GOPAL, R., ROSMAITA, B. ETA VAN GUCHT, D. (1985) Genetic algorithms for the traveling salesman problem, *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, 160-165.
- (13) GOLDBERG, D.E. (1989), *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA.
- (14) GOLDBERG, D.E. ETA LINGLE, JR.R. (1985) Alleles, loci and the traveling salesman problem, en *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, 154-159.
- (15) HOLLAND, J. (1975) *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor.
- (16) LARRAÑAGA, P., KUIJPERS, C.M.H. ETA MURGA, R.H. (1994) Tackling the Traveling Salesman Problem with Evolutionary Algorithms: Representation and Operators. EHU-KZAA-IK- 2-94.
- (17) LAWLER, E.L., LENSTRA, J.K., RINNOOY KAN, A.H.G. ETA SHMOYS, D.B. (EDS.) (1985) *The Traveling Salesman Problem: A Guided Tour of Combinatorial Optimization*, Wiley, Chichester.
- (18) MICHALEWICZ, Z. (1992) *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.
- (19) MÜHLENBEIN, H. (1989) Parallel genetic algorithms, population genetics and combinatorial optimization, *Proceedings on the Third International Conference on Genetic Algorithms*, 416-421.
- (20) MÜHLENBEIN, H., GORGES-SCHLEUTER, M. ETA KRÄMER, O. (1988) Evolution algorithms in combinatorial optimization, *Parallel Computing*, 7, 65-85.
- (21) OLIVER, I.M., SMITH, D.J. ETA HOLLAND, J.R.C. (1987) A study of permutation crossover operators on the TSP, *Genetic Algorithms and Their Applications: Proceedings of the Second International Conference*, 224-230.
- (22) REEVES, C. (1993) *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, Blackwell Scientific Publications.
- (23) REINELT, G. (1991) TSPLIB - A Traveling Salesman Library, *ORSA Journal on Computing*, 3(4), 376-384.
- (24) GREFENSTETTE, J., GOPAL, R., ROSMAITA, B. ETA VAN GUCHT, D. (1985) Genetic algorithms for the traveling salesman problem, *Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, 160-165.

- (25) SYSWERDA, G. (1991) Schedule optimization using genetic algorithms, Davis, L. (ed.) Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold, New York, 332-349.
- (26) SPSS-X User's Guide. 3rd. Edition (1988).
- (27) WHITLEY, D. ETA STARKWEATHER, T. (1990) Genitor II: A distributed genetic algorithm, Journal of Experimental and Theoretical Artificial Intelligence, 2, 189-214.
- (28) WHITLEY, D., STARKWEATHER, T. ETA FUQUAY, D. (1989) Scheduling problems and travelling salesman: The genetic edge recombination operator, Proceedings on the Third International Conference on Genetic Algorithms, 133-140.
- (29) WHITLEY, D., STARKWEATHER, T. ETA SHANER, D. (1991) The traveling salesman and sequence scheduling: Quality solutions using genetic edge recombination, Davis, L. (ed.) Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold, New York, 350-372.