Neurketa erreologiko eta biskoelastikoen oinarriak

A. Santamaria
Polimero Zientzia eta Teknologia Saila
Donostiako Kimika-Fakultatea (UPV/EHU)

Abstract

The nature of viscoelastic behaviour, including description of time-dependent experiments and physical meaning of viscoelastic functions, is presented. The integral form of the General Linear Viscoelastic Model is deduced as a consequence of the generalization of the first viscoelastic constitutive equation proposed by Maxwell in 1867.

1676.ean Hooke fisikari ingelesak, solido elastiko idealaren oinarri-baldintza ezarri zuen honako esaera honen bitartez: " Ut tensio sic Vis ". Beraz material honetan, nolako esfortzu edo tentsioa, halako deformazioa dagokio eta, bestalde, aplikatutako esfortzua deuseztuz gero deformazioa desagertu egiten da, gorputzak zuen lehen formara itzuliz. Nahiz eta denbora infinitua iragan, materialaren erantzuna berdina da solido elastiko idealaren kasuan, eta hori dela eta, gorputz hauek "memoria infinitua" dutela esan dezakegu. Jasotzen duten energia mekaniko guztia pilatzen dute.

Oso bestelakoa da, ordea, likido liskatsu newtondarraren portaera. Kasu honetan esfortzuak, deformazio-abiadurarekiko du erlazio zuzena eta ez deformazioarekiko; hau denboran zehar aldatzen doan aldagaia baita. Likido liskatsu newtondarra esfortzua erretiratzen denean ez da deformazioaren zatirik txikiena ere berreskuratzeko gai. Bere memoria "zero" dela esan dezakegu eta ematen zaion energia mekanikoa, bero-energia gisa xahutzen da batere pilatzen edo metatzen ez delarik.

Errealitatean, gehienetan, solidoak eta likidoak ez daitezke aipatu ditugun bi kategoria hauetan kokatu. Badaude erabat berreskuratzen ez diren solidoak eta zertxobait berreskuratzeko gauza diren likidoak: materialaren memoria ez da infinitua edo zero; denborarekin ahul daitekeen memoria baizik. Material hauek, erdialde zabal batean koka daitezke eta solido biskoelastikoak eta likido biskoelastikoak dira. Biskoelastikotasun-azterketa, esfortzu, deformazio eta denboraren arteko erlazioak ezartzean datza. Esfortzua eta deformazioa infinitesimalak direnean eta bien arteko erlazioak koefiziente konstanteko ekuazio diferentzial baten bidez plantea badaitezke, biskoelastikotasun lineal deritzona izango dugu. Honen esanahi fisikoa hau da: esfortzu eta deformazioaren arteko erlazioa, denboraren funtzio bakarrik dela eta ez aplikatutako esfortzuaren araberakoa.

Biskoelastikotasun linealaren azterketa esperimentala egin ahal izateko, ebakidura (edo zizala) modura garatzen diren hiru saiakuntza adieraziko ditugu:

a) Esfortzua-lasaikuntza

Esperimentu honetan ebakidura-deformazioa, γ_{21}, konstante mantentzen da eta esfortzua denboran zehar nola aldatzen den neurtzen da. Definitzen den funtzioa, lasaikuntz modulua, G(t), da:

$$G(t)=\frac{\sigma_{21}(t)}{\gamma_{21}} \tag{1}$$

Solido elastikoaren kasu berezian, oreka-egoera lortzen da eta moduluaren balio konstanteari Ge (oreka-modulua) deritzo. Likido liskatsuetan, berriz, lasaikuntza (edo erlaxazioa) oso azkarra da eta G (t) $\rightarrow$ 0. Uraren kasuan, adibidez, prozesuaren lasaikuntz denbora $\tau = 10^{-13}$ s-koa dela esan ohi da. Material biskoelastikoek ez dute oreka-egoera lortzen eta ez dute, beraz, Ge-rik, G (t) barne-egituraren araberakoa delarik.

b) "Creep" edo Fluentzia

Esperimentu honetan esfortzua da konstante mantentzen dena eta deformazioa da denboran zehar neurtzen den aldagaia. Konpliantza ("Compliance") J (t) da saiakuntza hau ebaluatzeko erabiltzen den funtzioa:

$$J(t)=\frac{\gamma_{21}(t)}{\sigma_{21}} \tag{2}$$

Solido elastikoek azkar lortu ohi dute oreka-egoera, J (t)-k balio konstantea hartzen duelarik. Je oreka-konpliantza da; material bakoitzaren ezaugarria. Likido liskatsuek (liskatsuek bakarrik esan beharko genuke) honelako funtzio lineala ematen dute:

$$J(t)=\frac{t}{\eta}$$

η biskositatea delarik. Likido biskoelastikoek tarteko portaera dute: denbora txikietan J (t) esponentziala da, baina denbora luzeetan, lineala. Kurba osoa deskribatzen duen ekuazioa honela adieraz daiteke:

$$J(t)=Je^{o}\left[1-\exp\left(\frac{-t}{\tau}\right)\right]+\frac{t}{\eta} \tag{3}$$

Denbora altuetan, esponentziala arbuiatuz, Je^{o} lor daiteke. Je^{o}-ri fluxu egonkortuaren konpliantza deritzo eta likidoen elastikotasunaren neurri bat da. Kontuan izan likidoa liskatsu hutsa denean, J (t) guztiz lineala denez, $Je^{o} = 0$ izango dela, batere elastikotasunik ez dagoela adieraziz.

c) Berreskuratze elastikoa

Saiakuntza honen bitartez aurreko esperimentuan definitutako aldagaien esanahi fisikoa argitu egiten da. "Creep" esperimentua martxan jarri ondoren bapatean esfortzua deusezten bada, deformazioaren berreskuratze edo errekuperazioa azter daiteke, denboran zehar. Beraz saiakuntza hau, beti "creep" saiakuntzaren ondoren egiten da. Material elastikoetan deformazioa erabat berreskuratzen da. Likido liskatsuetan, ordea, deformazioa ez da batere berreskuratzen. Solido eta likido biskoelastikoetan berreskuratze partziala izaten da. Berreskuratze hau $\gamma_r = \sigma_{21} Je^{o}$, σ_{21} "creep"ean aplikatzen zen esfortzua delarik eta Je^{o} lehen definitutako fluxu egonkortuaren konpliantza delarik. Beraz Je^{o}-k elastikotasunaren berri ematen digu, zeren eta deformazioaren berreskuratzearen balioa γ_r berak markatzen baitu.

Beraz azkeneko esperimentu hauetan definitu ditugun η eta Je^{o} funtzioak, portaera biskoelastikoa ezaugarritzeko oinarrizkoak dira. Likido liskatsu hutsean biskositatearekin, η-rekin, nahikoa dugu; ez baitago elastikotasunik. Solido elastiko idealean Je^{o} = Je dugu; $\eta \rightarrow \infty$ baita. Material biskoelastikoetan, aitzitik, bai η eta bai Je^{o} beharko ditugu, portaera erreologikoa (deformazioa eta fluxuari dagokiona, alegia) ezaugarritzeko.

Portaera biskoelastikoaren azterketa mekanikoa egitean, Newtonen eta Hook-en ekuazioak kontuan izan beharko dira:

Biskositatea: $\sigma_{21} = \eta\, \gamma_{21}$ (4)

Elastikotasuna: $\sigma_{21} = G\, \gamma_{21}$ (5)

γ_{21} deformazio-abiadura delarik, η liskatasuna eta G modulu elastikoa (lehen definitutako Ge-ren berdina).

Maxwell-ek 1867.ean bi ekuazio hauek konbinaturik, biskoelastikotasunaren lehenengo ekuazioa planteatu zuen:

$$\sigma_{21} + \frac{\eta}{G}\frac{\delta\sigma_{21}}{\delta t} = \eta\,\gamma_{21} \qquad (6)$$

Argi dago egoera egonkortuetan bigarren gaia bazter daitekeela eta biskositatearen ekuazioa (4. ek.) izango genukeela. Baina esfortzuen denborarekiko aldaketa azkarra bada, lehenengo gaia da bazter daitekeena eta orduan 5. ekuazioa, elastikotasunarena, izango genuke.

Maxwell-en ekuazioa integral bidez adieraz daiteke:

$$\sigma_{21}(t) = \int_{-\infty}^{t} \left\{ \frac{\eta}{\tau} \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau} \right) \right\} \gamma_{21}(t')\, dt' \qquad (7)$$

$$\tau = \frac{\eta}{G}$$

lasaikuntz denbora delarik.

Maxwell-en eredua malguki eta motelgailuzko sistema xehe baten dinamikaz adieraz daiteke: malgukiak elastikotasuna eta motelgailuak biskositatea adieraziz. Sistema hau, malguki/motelgailua alegia, nahi den adina konplika daiteke eta honela biskoelastikotasunaren ekuazio osoagoa egin. Adibidez Maxwell-en ekuazioa orokor daiteke:

$$\sigma_{21} = \int_{-\infty}^{t} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k}{\tau_k} \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau} \right) \right\} \gamma_{21}(t')\, dt' \qquad (8)$$

Biskoelastikotasunaren edozein ekuazio integral, era orokorrean ipin daiteke, era honek edozein sistemaren kasu berezia bereganatzen duelarik. Horrela biskoelastikotasun linealaren ekuazio eratzaile orokorra izango dugu:

$$\sigma_{21} = \int_0^{\infty} G(s)\, \gamma_{21}(t-s)\, ds \qquad (9)$$

$s = t - t'$ delarik.

Ekuazio orokor hau edozein saiakuntza biskoelastikotan (ebakiduran) aplika daiteke; bai lehen aipatutakoetan, eta bai, beste esperimentuetan. Topaketa hauetan bi kasu kontsideratuko ditugu: ebakidura-fluxua eta neurketa dinamiko edo oszilakorrak. Ebakidura-fluxuan, egoera egonkortuan, $\gamma_{21} = k^a$ dugu. Beraz 9. eta 4. ekuazioak erabiliz:

$$\eta = \int_0^{\infty} G(s)\, ds \qquad (10)$$

Saiakuntza oszilakorrean deformazioa eta esfortzua sinusoidalki aldatuz doaz denboran zehar eta, beraz, $\gamma(t - s) = \omega\, \gamma_{21} \cos \omega (t - s)$, ω frekuentzia eta γ_{21} deformazioaren anplitudea direlarik. Orain 9. ek. aplikatzen badugu, pilatze-modulua G' eta galtze-moduloa G" lor daitezke:

$$G'(\omega) = \omega \int_0^{\infty} G(s) \sin \omega s\, ds \qquad (11)$$

$$G''(\omega) = \omega \int_0^{\infty} G(s) \cos \omega s\, ds \qquad (12)$$

Ekuazio hauen esanahi fisikoa eta funtzio hauen determinatze esperimentala hurrengo hitzaldietan argituko da.

BIBLIOGRAFIA

– FERRY, J. D. “Viscoelastic properties of polymers” 3rd Edit. John and Sons Wiley 1980.

– BIRD, R. B., ARMSTRONG, R. C. and HASSAGER, O. “Dynamics of Polymeric Liquids” 2nd Edit. John Wiley and Sons 1987.7