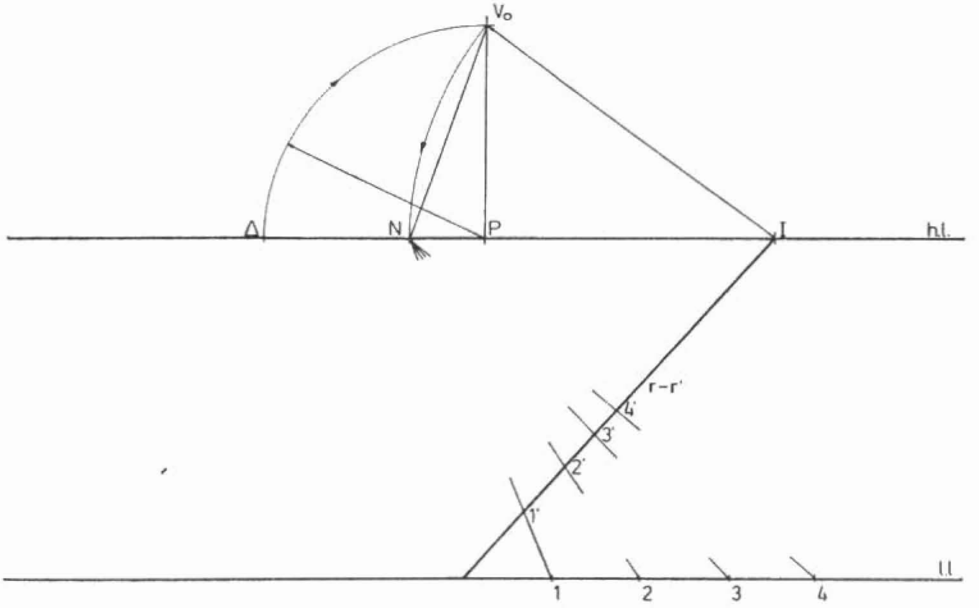
# PUNTU NEURTZAILEAK PERSPEKTIBA KONIKOAN

Alberto Santxo Urbina

Perspektiba konikoaren arazo nagusiena, luzerak neurtzea da; hauek aurkezpen-mota honetan guztiz oker gertatzen bait zaizkigu. Dena dela, bi bide daude luzerak koadroko planotik axola zaigun lerro zuzenera eramateko: Eraispenarena eta puntu neurtzaileena. Eraispenak sakon ikerturik daude homologiako kasu bat direnez. Horregatik ez gara idazki honetan berari buruz arituko.

Zer dira puntu neurtzaileak eta nola eraman ditzakegu luzerak edozein zuzenetaraino haien bidez? Begira diezaiogun lehen irudiari:




1. irudia

I ihespuntura ihes egiten duen r zuzena izanik eta $V_0$ ikusgunearen eraispena izanik, I zentrutzat harturik eta I-$V_0$ erradioz arkua marratzen dugu horizonteko lerroa ebaki arte, N puntua lortuz. Orain I-$V_0$-N eta $V_0$-N aldeari paraleloak marratuko bagenizkio, zuzen horiek I-$V_0$ eta I-N aldeen zati berdinak emango lizkigukete. Honek, I-Ntik I-$V_0$ra luzerak eramateko $V_0$-N aldeari paraleloak zaizkion zuzenek balio digutela esan nahi du. Baina espazioan I, $V_0$ eta N puntuek zehazten duten planoa (hots horizonte-planua) ez ote da r lerroa dagoeneko lurplanuarekiko edo geometralarekiko paralelo? Espazioan I-$V_0$ r lerroarekiko paralelo da eta N-$V_0$, N puntura ihes egiten duten zuzen guztiekiko ere bai. Honen arabera, Nra ihes egiten duten zuzen guztiek lurlerroan eta r zuzenean elkarrekiko luzera berdinak ematen dituzte, I-$V_0$ eta N-$V_0$ aldeetan bezala. Beraz N, r zuzenaren puntu neurtzailea da. Bere erabilpena oso erraza da. r zuzenaren koadroarekiko trazatik (Kr) eta lurlerroan zehar r-ra eraman nahi dugun luzera marratzen dugu. Honen muturrari N puntura ihes egin erazten diogu. Ihes hauen r zuzenarekiko ebaki-puntuak (1´, 2´, 3´,...) eraman nahi ditugun 1, 2, 3, ... luzeren muturrak dira.

## Zuzen-sortaren puntu neurtzailea

Orain artekoa, guztiok gai honi buruz dakiguna da, baina ikerketa sakonagoa egin dezagun. Begira bigarren irudiari. Kasu honetan I-$V_0$ lerro-zatia alde batetara biratzea bakarrik egin ordez, bi aldeetara biratu dugu eta N zein N´puntuak lortu ditugu. I-N-$V_0$ triangeluarentzat erabili dugun argudioa ez ote da baliagarri I-N´-$V_0$ triangeluarentzat ere? Hots, puntu neurtzaileak bikunak direla (bi zuzen bakoitzarentzat). Izan ere P ihespuntutzat harturik, bere $\Delta$ eta $\Delta'$ ikusgune-luzerako puntuak dira.

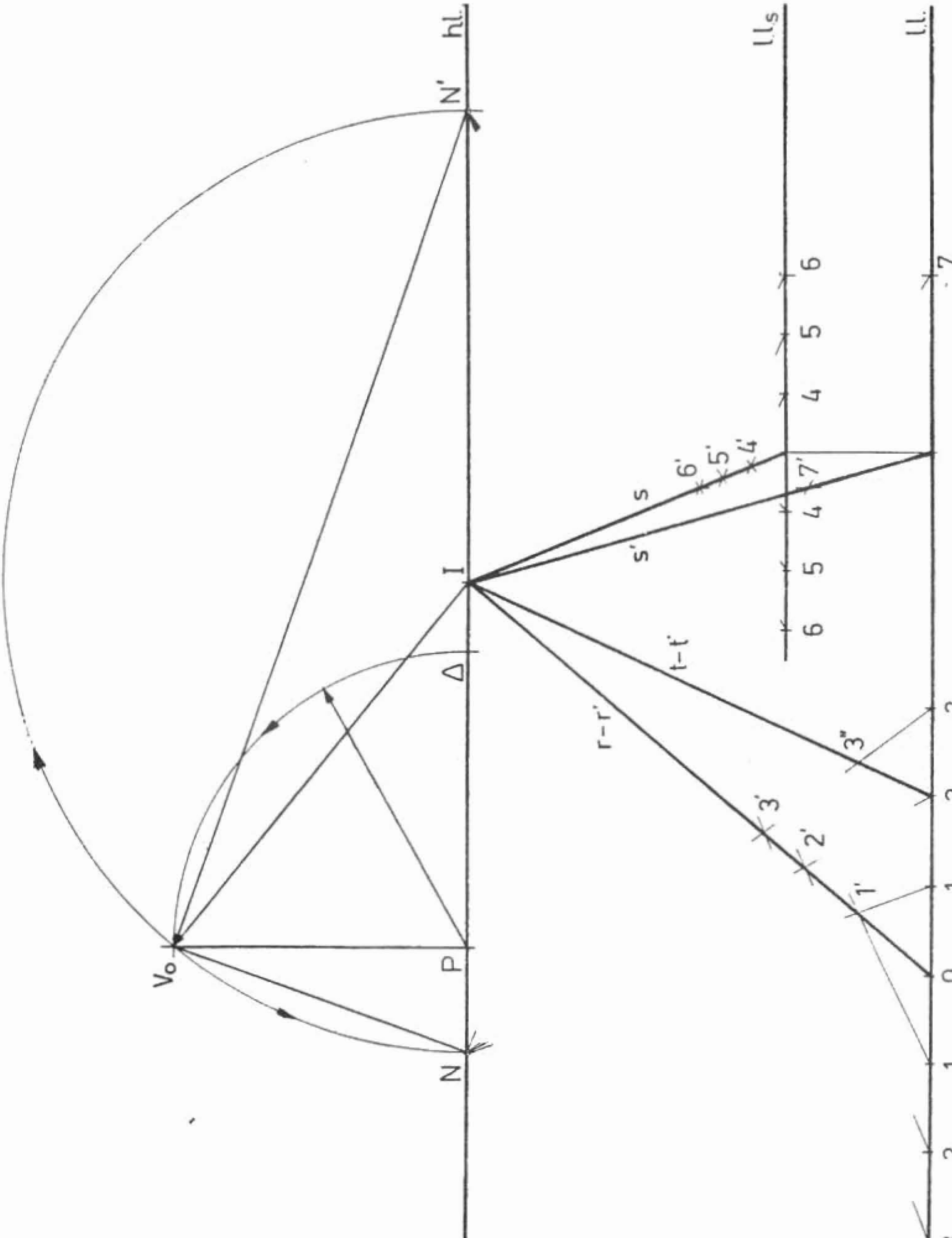
Beraz, puntu neurtzailea zeri dagokio; zuzenari ala ihespuntuari? N puntua lortzearren I eta Vo puntuak bakarrik, erabili baditugu, argi dago N-k I puntura ihes egiten duten zuzen-sorta osorako balio digula. Kasu bakoitzean koadroko planoarekiko traza desberdina denez, eraman nahi dugun luzera oinarri desberdinetik neurtu beharko dugu. Beraz r zuzenera luzera-unitate bat eramateko oinarria 0 puntua bada, t zuzenera luzera berdina eramateko 2 puntua oinarritzat hartuko dugu. Eta zuzena lurplanoan ez balego (s zuzena) hau altxatuko genuke lurlerroa zuzenaren koadroko trazaraino heltzekotan; eta neurketa noski, lurlerro berri honetan egingo genuke.

## Kasu orokorra

Zer gertatzen da zuzenaren ihespuntua horizonte-lerroan ez dagoenean? Honetan irtenbidea, oso erraza da. V-P ardatzaren inguruan horizonteko planoa biratuko dugu I puntura heldu arte, hl lortuz. Gero N puntua beste kasuetan bezala aurkitzen dugu. Logikoa denez, neurketak egitearren lurplanoa tokialdatu egin beharko dugu zuzenaren koadroko trazatik hl horizontearekiko paraleloki iragateko (ll zuzena).

N puntua aurkituta, $V_0$-N arkua N-tik, r´ zuzenaren puntu neurtzailetik, pasatzen denaz ohartzen gara. Kasualitatea ala logika matematikoa? Eragiketan sortzen diren triangeluetan iker ditzagun.

Pitagorasen teoremaren arabera, berdintasun hauek ditugu:




2. irudia.

1- $a^2 = d^2 + b^2$
2- $a'^2 = d'^2 + b'^2 + d^2 = b'^2$
3- $b'^2 = b^2 - f^2$

$b'^2$ bigarren berdintasunean ordezten badugu

$$a'^2 = d^2 + b^2 - f^2$$

eta honetan $d^2+b^2$ batuketa ordezkatuz gero

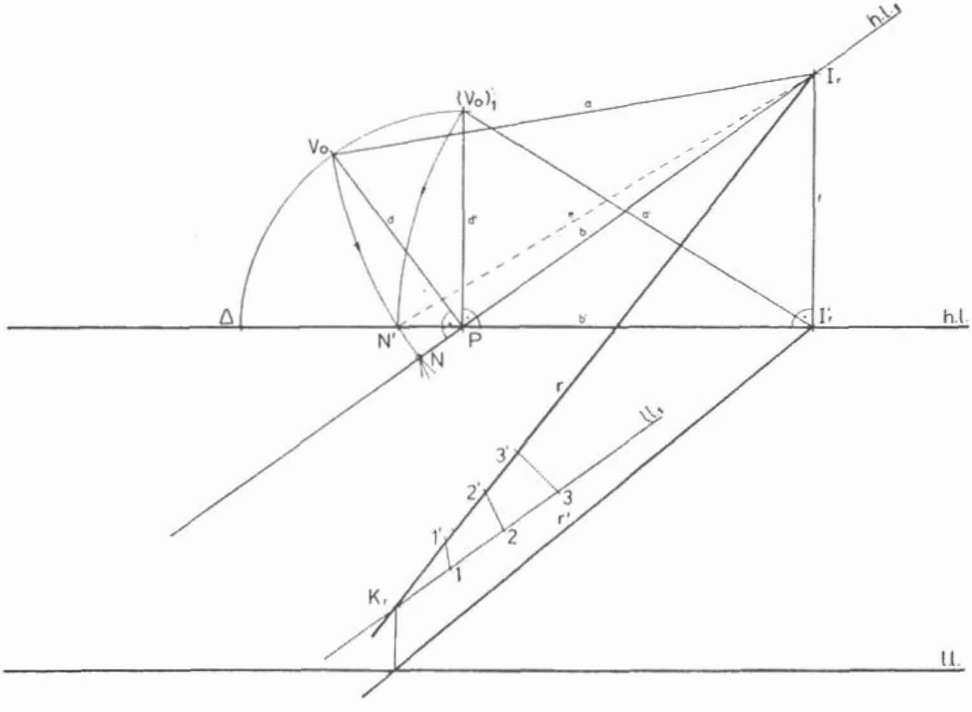
$$a'^2 = a^2 - f^2$$
$$a^2 = a'^2 + f^2$$

eta N'-I'-I triangeluan

$$e^2 + N'I'^2 + f^2 = a'^2 + f^2$$

Beraz, e=a derrigorrez.

Hots, r-r' edozein zuzenen N eta N' puntu neurtzaileak aurkitzearren, hl lerroa P puntuaren inguruan biratzen dugu Ir zuzenaren ihespuntura heldu arte. Gero, horizonte berri hau ardatz hartuz, V puntua eraisten dugu eta Ir-V luzera $hl_1$ horizontera daramagu. Eragiketa hau egiteko darabilgun arkuak hl jatorrizko horizontea ebakitzen dueneko N' puntuan, r´ zuzenaren puntu neurtzailea dago. Neurketak egin aurretik, r-ren Kr koadroarekiko trazatik $hl_1$ horizonteari paralelo zaion ll lurlerroa marratuko dugu. Neurketak r zuzenarentzat $hl_1$ lerroan egingo dira eta r´-rentzat hl-an.




3. irudia.