UNIBERTSOAREN ERDIGUNEA; ALEPH PUNTUA

ANTONIO del CAMPO

1.Atala

Dakigunez higidura ,(trajektoria,abiadura,azelerazioa) erlatiboa da;erreferentzi sistemaren araberakoa.

Hasiera batean behintzat,trajektoriak,abiadurak eta azelerazioak aipatzen ditugun guztietan,erreferentzi sistema oso kontutan hartu beharko dugu.Planeta guztiak,izar guztiak,eta urrunago,galaxia guztiak,higitu egiten dira elkarrekiko.

Joan den mendean,oztopo hau gainditzeko,jakintsuek Unibertso Absolutua hartu zuten erreferentzi sistema absolutu bezala.Erreferentzi hau,izar tinkoei zurrunki loturik dagoen erreferentzi sistema bat da.Sistema absolutu honekiko abiadura konstantez mugitzen diren erreferentzi sistema guztiak,sistema inertzialak dira.Sistema guzti hauekiko F=m.a betetzen da.Sistema inertzial guzti hauekiko,argi-izpien trajektoriak,hutsean,zuzenak dira.

Baina jakintsu haiek bazekiten guzti hau ez zela oso zuzena.Izar tinkoak ez dira guztiz tinkoak,beraz benetako sistema absolutu baten bila abiatu ziren.Argi izpien trajektoriak zuzenak dira,baina zer erreferentzi sistemarekiko?, edo, hau oinarri bezala onartu behar zen eta hortik erreferentzi sistema absolutua bilatu?.

....

Artikulu honetan,bektoreak negritaz adierazten dira.

Honela bada ,azkeneko bidea aukeratu zuten.

Nahiz eta ez jakin zer zen,bazegoen sistema absolutua;"ETER" zeritzona.Unibertso osoa,eter deritzon fluido guztiz arinez beterik zegoen.Fluido arin(masarik gabeko)hartan gorputz guztiak oztoporik gabe higitzen ziren.

Eterrarekiko $F=mxa$ betetzen da. Eterrarekiko abiadura konstantez higitzen diren erreferentzi guztiak sistema inertzialak dira.Eterrarekiko argi-izpien abiadura 300.000 km/s-koa da.Eta azkenik,argi-izpien eterrarekiko trajektoriak zuzenak dira.

Gauza bat bakarrik falta zen; Unibertsoko gorputz baten abiadura neurtzea eterra erreferentzi bezala hartuz.

Baina saiakuntza honen ondorioak harritzekoak ziren: U,Lurrarekiko argiaren abiadura erlatiboa,konstantea zen norabide guztietan,eterrarekiko Lurra geldirik balego bezala.

Mekanika klasikoaren oinarriak aldatu egin behar ziren.Honela sortu zen Einstein-en Erlatibitatearen Teoria Berezia.

Gehiago sakondu gabe,honela geratu ziren gauzak:"Hutsean,argiaren abiadura C konstantea da sistema inertzial guztiekiko,eta gainera,sistema hauekiko,argi-izpien trajektoriak zuzenak dira".

"Erreferentzi sistema batekiko, argiaren abiadura C baldin bada, erreferentzi sistema hori inertziala da" eta alderantziz.

"Erreferentzi sistema inertzial guztiak elkarrekiko abiadura konstantez,eta trajektoria zuzenak ibiliz higitzen dira".

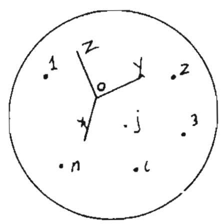
Mekanika erlatibistan,ez dago, beraz, sistema berezirik,ez eterra, ez beste erreferentzi absoluturik.

Baina nere ustez galdera bat dago zintzilik:Unibertsoan zehar higitzen diren sistema inertzial guzti hauek,zergatik dira inertzialak?.

Badakigu,sistema guzti hauekiko argiaren abiadura C dela. Badakigu sistema hauekiko argi-izpien trajektoriak zuzenak direla.Badakigu ere sistema hauetan Galileo-ren legea betetzen dela.

Baina zerk egiten du sistema bat inertziala?.Beraiekiko argiaren abiadura C izateak?.Argi izpien trajektoriak zuzenak izateak? Galileo-ren legea betetzeak? Ez dut uste.Hauek sistema inertzial guztien propietateak edo ezaugarriak dira.Nere ustez(gero ikusiko dugu zehazkiago),Unibertsoaren egitura geometrikoan datza sistema inertzialen izaera.Propietate hauek bete egiten dira sistema inertzialetan,baina beren izaera sakonagoa da.

Har dezagun,(Mekanika klasikotik irten gabe oraindik)gorputz-multzo isolatu bat(1.irudia)



1.Irudia

Dakigunez i gorputzak j gorputzari eragiten dion indarra F_{ji} baldin bada, $F_{ji} = -F_{ji}$ izan behar da.

1 gorputzak $F_1 = F_{12} + F_{13} + \dots\dots\dots + F_{1j} + \dots\dots + F_{1n} = \Sigma F_{1i}$ indarra jasatzen du. $i \neq 1$

2 gorputzak $F_2 = \Sigma F_{2i}$ $i \neq 2$ etabar.

Beraz: $F_1 + F_2 + \dots\dots + F_i + \dots\dots + F_n = \Sigma F = 0$

Hortaz, sistema isolatu batean barruko indar guztien batura bektoriala **0** da.

XYZ edozein erreferentzi sistema hartzen badugu (1.irudia); une bakoitzean, gorputz-multzo horren grabitate-zentruaren koordenatuak, hauek izango dira.

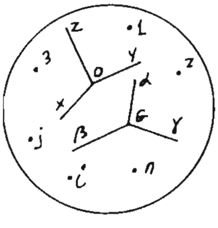
$$X_g = \frac{\Sigma m_i x_i}{\Sigma m_i} \qquad Y_g = \frac{\Sigma m_i y_i}{\Sigma m_i}$$

eta, $$Z_g = \frac{\Sigma m_i z_i}{\Sigma m_i}$$

Goian ikusi dugu $\Sigma F = 0$ izan behar zela akzio eta erreakzio legea bete zedin. Baina azalerazioak neurtzeko eta hortik $\Sigma F = 0$ lortzeko, ezin dugu edozein erreferentzi sistema hartu.

2.Atala

Har dezagun grabitazio-zentruan dagoen edozein sistemaren koordenatuen jatorria. Hots, α, β, γ, (2.irudia).



2.Irudia

Neur ditzagun azelerazio guztiak $\alpha\ \beta\ \gamma$ sistemarekiko: $a_{G1}, a_{G2}, \dots a_{Gi}, \dots a_{Gn}$.

Dakigunez, azelerazioa, bidearen denborarekiko bigarren deribatu bektoriala da; hots:

$$a_{Gi} = \frac{d^2\alpha_i}{dt^2} i_G + \frac{d^2\beta_i}{dt^2} j_G + \frac{d^2\gamma_i}{dt^2} k_G$$

α_i, β_i eta γ_i, i_G gorputzaren koordenatuak $\alpha\ \beta\ \gamma$ sisteman ; i_G, j_G eta k_G sistema berberean bektore unitarioak izanik.

α_G, β_G eta γ_G G gorputzaren koordenatuak $\alpha_G = \beta_G = \gamma_G = 0$.

Beraz,

$$\alpha_G = \frac{\Sigma m_i \alpha_i}{\Sigma m_i} = 0 \ ; \ \beta_G = \frac{\Sigma m_i \beta_i}{\Sigma m_i} = 0$$

$$\gamma_G = \frac{\Sigma m_i \gamma_i}{\Sigma m_i} = 0$$

Baina $\Sigma m_i \neq 0$; beraz $\Sigma m_i \alpha_i = \Sigma m_i \beta_i = \Sigma m_i \gamma_i = 0$ behar dira izan.

Denborarekiko bi bider deribatzen badugu.

$$\Sigma m_G \frac{d^2\alpha_i}{dt^2} = \Sigma m_i \frac{d^2\beta_i}{dt^2} = \Sigma m_i \frac{d^2\gamma_i}{dt^2} = 0 \qquad [1]$$

Kalkula dezagun orain,

$$\Sigma m_i\ a_{Gi} = \Sigma m_i \left[\frac{d^2\alpha_i}{dt^2} i_G + \frac{d^2\beta_i}{dt^2} j_G + \right.$$

$$+ \frac{d^2 \gamma_i}{dt^2} \mathbf{k}_G \Bigg] = (\Sigma m \frac{d^2 \alpha_i}{dt^2}) i_G + (\Sigma m \frac{d^2 \beta_i}{dt^2}) j_G + (\Sigma m \frac{d^2 \gamma_i}{dt^2}) k_G \quad \text{baina [1]}$$

jarraituz:

$$\Sigma m_i \; a_{Gi} = 0$$

Orain arte hau aurkitu dugu: "Gorputz-multzo isolatu batean ,bere grabitate-zentruan dagoen edozein triedro,erreferentzi bezala hartzen badugu,gorputz guztien masa eta azelerazioen biderketen batura bektoriala 0 da". Oso kontutan eduki behar da,G puntuan bere koordenatuen jatorria triedro esaten dugunean,triedro guzti hauek , batzuk besteekiko,biraka ibil daitezkeela.

$\Sigma m_i \; a_{Gi} = 0$ bete dadin baldintza bakarra,triedroaren koordenatuen jatorria G puntuan egon dadin da.

Kontuan eduki behar da baita ere F=mxa legea ez dugula aipatu bigarren atal honetan.

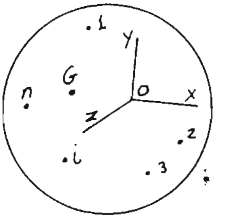
Lehenengo ,akzio eta erreakzioaren legea betetzen duten sistemen bila arituko gara.Gero,hauen artean F=mxa legea betetzen dutenen bila (sistema inertzialen bila)abiatuko gara.

Grabitate-zentruan dauden erreferentzi sistemetik aparte,egongo al dira $\Sigma m a_i = 0$ betetzen duten beste sistema batzuk?

Suposa dezagun $\Sigma m a_i = 0$ betetzen duen XYZ erreferentzi sistema bat(3.irudia).

Beraz,

$$\Sigma m_i \; a_{Gi} = 0 = \Sigma m_i \Bigg[\frac{d^2 X_{0i}}{dt^2} \; i \; +$$



3.Irudia

$$+ \frac{d^2 Y_{0i}}{dt^2} \; j + \frac{d^2 Z_{0i}}{dt^2} \; k \Bigg]$$

i,j eta k,XYZ sistemaren bektore unitarioak,m_i , i gorputzaren masa, eta X_{0i} ,Y_{0i} eta Z_{0i} i gorputzaren koordenatuak izanik.

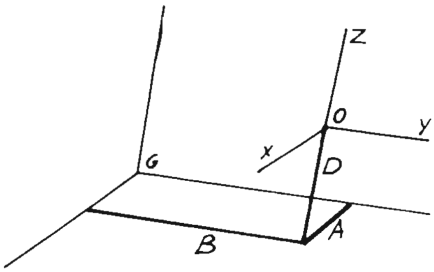
Bektore bat **0** baldin bada,bere hiru osagaiak 0 dira.

Beraz,

$$\Sigma m_i \frac{d^2 X_{0i}}{dt^2} = \Sigma m_i \frac{d^2 Y_{0i}}{dt^2} = \Sigma m_i \frac{d^2 Z_{0i}}{dt^2} =$$

$$= 0 \quad [\,\text{II}\,]$$

Har dezagun orain bere jatorria G puntuan(grabitate-zentruan) daukan sistema bat,baina XYZ sistemari paraleloa izanik,eta izan bitez A,B, eta D, 0 puntuaren koordenatuak bigarren erreferentzi honetan (4.irudia).



4.Irudia

Dakigunez, $X_{Gi} = A + X_{0i}$, $Y_{Gi} = B + Y_{0i}$; $Z_{Gi} = D + Z_{0i}$ [III]

(koordenatu-aldaketaren formulak)

[II] jarraituz:

$$\Sigma m_i \frac{d^2 X_{0i}}{dt^2} = \Sigma m_i \frac{d^2 Y_{0i}}{dt^2} = \Sigma m_i \frac{d^2 Z_{0i}}{dt^2} = 0$$

Denborarekiko bi bider integratuz:

$$\Sigma m_i \frac{d X_{0i}}{dt} = k_1 ; \Sigma m_i \frac{d Y_{0i}}{dt} = k_2 ;$$

$$\Sigma m_i \frac{d^2 Z_{0i}}{dt} = k_3 \text{ , eta}$$

$$\Sigma m_i X_{0i} = k_1 t + k_4 ; \Sigma m_i Y_{0i} = k_2 t + k_5 ; \Sigma m_i Z_{0i} = k_3 t + k_6$$

(k guzti hauek integrazio-konstanteak izanik).

[III] jarraituz:

$$\Sigma m_i (X_{Gi} - A) = k_1 t + k_4 ; \Sigma m_i (Y_{Gi} - B) = k_2 t + k_5 ; \Sigma m_i (Z_{Gi} - D) = k_3 t + k_6$$

Baina G grabitate-zentrua izanik,

$$\Sigma m_i X_{Gi} = \Sigma m_i Y_{Gi} = \Sigma m_i Z_{Gi} = 0$$

Beraz,

$$\Sigma(-m_i A) = k_1 t + k_4 ; \Sigma(-m_i B) = k_2 t + k_5 ; \Sigma(-m_i D) = k_3 t + k_6$$

Hortik:

$$A = -\frac{k_1}{\Sigma m_i} t - \frac{k_4}{\Sigma m_i} = D_1 t + D_2 ;$$

$$B = D_3 t + D_4 \text{ ; eta } D = D_5 t + D_6$$

(D guztiak konstanteak izanik).

Zer esan nahi du honek?

0 puntuaren abiadura G sistemarekiko konstantea dela, D_1 , D_3 , eta D_5 abiaduraren projekzioak konstanteak izanik eta D_2 , D_4 eta D_6 0 puntuaren koordenatuak abiaunean (haserako unean).

Beraz, akzio eta erreakzioaren legea betetzen duten sistema guztiak G puntuarekiko abiadura konstantez higitzen dira. (Hobe esanda G puntuan koordenatu-abiapuntua duen sistema batekiko).

Dirudienez, Luis Borges idazlearen Aleph puntua eta Unibertsoaren grabitate-zentrua, gauza bat dira. Borges-ek zioenez, Aleph puntutik, gauza guztiak eta gertakizun guztiak,guztiz garbi ikusten ziren nahasmendurik gabe.

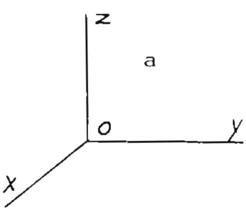
Gauza bat bakarrik falta zaigu;nola jarri behar gara puntu horretan,gorputz guztien azelerazioak neurtzeko,argi-izpien trajektoriak zuzenak ikusteko.Ankaz gora? Etzanda? Biraka?.Baina zerekiko ankaz gora,etzanda edo biraka? Andromedarekiko? Esnebidearekiko?.

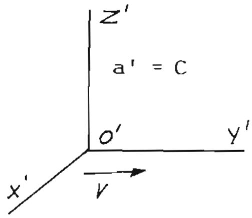
Erlatibitate-Teoria Orokorraren arabera,izarretatik datozen argi--izpien trajektoria zuzenak,okertu egiten dira eguzkiaren ondotik pasatzen direnean.Baina zer erreferentziarekiko dira zuzenak argi-izpien trajektoriak hutsean?.

Ikusten den bezala,erlatibitate-teorian ere beharrezkoa da erreferentzia bat(edo batzuk),trajektoria bat zuzena dela esateko.

Azter dezagun beste adibide bat:Dakigunez(eta hau mekanika klasikoan nahiz erlatibistan onartzen da),n errefrakzio-indizea duen gorputz batean,argiaren abiadura C/n da,gorputz honekin batera mugitzen den edo gorputz horri zurrunki loturik dagoen sistema batekiko.

Mekanika erlatibistaren arabera,hutsean,argi-izpien abiadura C=300.000 km/s-koa da sistema inertzial guztiekiko(5.irudia).



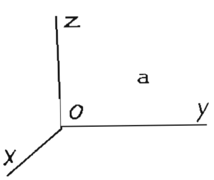


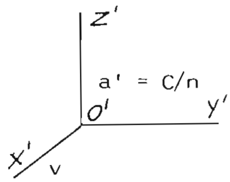
$$a = \frac{C+v}{1+\frac{Cv}{C^2}} = \frac{C+v}{C^2+Cv} \cdot C^2 =$$

$$= \frac{C+v}{C+v} \cdot \frac{C^2}{C} = C$$

5. Irudia

Baina n errefrakzio-indizea duen gorputz baten barruan:(6.irudia)





$$a = \frac{C/n + v}{1 + \frac{v}{C^2} \cdot C/n} \cdot \frac{C/n + v}{C^2 n + vC} \cdot C^2 n =$$

$$= \frac{C + vn}{Cn + v} \cdot \frac{C^2 n}{C} = C$$

$$= \frac{C + vn}{Cn + v} \cdot C \neq \frac{C}{n} = a'$$

6.Irudia

Hutsean 0 nahiz 0' sistemareki-ko argiaren abiadura C da,baina bigarren kasuan 0' sistema inertzialarekiko abiadura ez da C/n ;

$$\frac{C + Vn}{Cn + V} \quad C$$

baizik.

Bigarren kasu honetan n= 1,5 eta V = 1.000 km/s-koa baldin badira C/n=200.000 km/s-koa da,baina,

$$a = \frac{C + Vn}{Cn + V} .C = 200.554 \text{ Km/s-koa}$$

eta V = 250.000 Km/s-koa baldin bada, a= 289.285 km/s-koa.

Esan dugu n errefrakzio-indizea duen gorputz batean ,gorputzari zurrunki loturik dagoen sistema batekiko,argi-izpien abiadura C/n dela,eta sistema horrekiko beren trajektoriak zuzenak direla.

Baina,zer gertatzen da gorputz hau fluido bat denean,eta batez ere bere higidura zurrunbilotsua denean?.Kasu honetan ezin dugu fluidoari zurrunki loturik dagoen sistemarik aurkitu.Gainera badakigu fluido bat"geldirik" dagoenean bere molekula guztiak higitu egiten direla.

Kasu honetan,zein da fluidoari zurrunki loturik dagoen erreferentzi sistema hori?.

Kuartzozko kristal batean argiaren higidura aztertzeko erraza da erreferentzi hori aurkitzea, kuartzozko molekula guztiak batzuek besteekiko geldirik bait daude.Fizeau-ren saiakuntzan,zein da urarekin batera higitzen den erreferentzia?.

Esan dezakegu,fluidoa likido bat denean,nahiz eta bere molekulak higiduran egon,molekula bakoitzaren batezbesteko posizioa finkoa dela.Baina zer gertatzen da fluidoa gas bat denean?Airean esate baterako?.

Nere ustez,kasu hauetan fluidoaren grabitate-zentrua eta puntu horretan bere koordenatu-jatorria duen sistema inertziala hartu behar da erreferentzia bezala.Oraindik sistema inertzial horiek zeintzuk diren zehazki jakitea falta zaigu.

Michelson eta Morley-ren saiakuntza,airean,fluido baten barruan egin zen,eta goian esan dugun bezala,mekanika klasikoan ere,n errefrakzio-indizea duen gorputz batekin higitzen den erreferentzi batekiko,argi-izpien abiadura C/n dela onartzen zen.Beraz, dirudienez,Michelson eta Morleyren saiakuntzen ondorioak,mekanika klasikotik irten gabe ulertzen dira.Beste gauza bat izango litzateke saiakuntza hutsean egin izan balute.

Nere ustez,aipatutako experimentuak hutsean egitekotan,ondorio berdinak lortuko lirateke;baina hau ez da idazlan honen helburua.

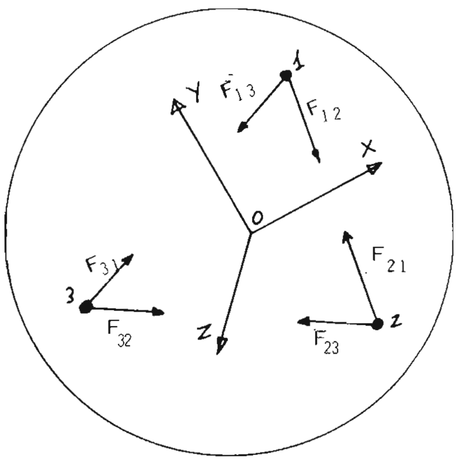
3.Atala

2.atalean(beste gauza batzuren artean) akzio eta erreakzioaren legea betetzen duten erreferentzia guztiak aurkitu ditugu.

3.atal honetan F=mxa,Newtonen legea betetzen dutenak(sistema inertzialak)aurkitzen saiatuko gara.

Horretarako,hiru gorputzek osatutako multzo isolatu bat aztertuko dugu;baina ondorioak orokorrak dira.

Har dezagun gorputz-multzo isolatu hau(7.irudia) eta X,Y,Z,edo



7.Irudia

zein erreferentzi sistema.

Grabitazio -legearen arabera,1 gorputzak 2 gorputzari eragiten dion indarra hau da:

$$F_{21} = i.G \frac{m_1 m_2}{d_{12}^2} \alpha_{21} + j.G \frac{m_1 m_2}{d_{12}^2} \beta_{21} + k.G \frac{m_1 m_2}{d_{12}} \gamma_{21}$$

m_1 eta m_2 1 eta 2 gorputzen masak izanik.

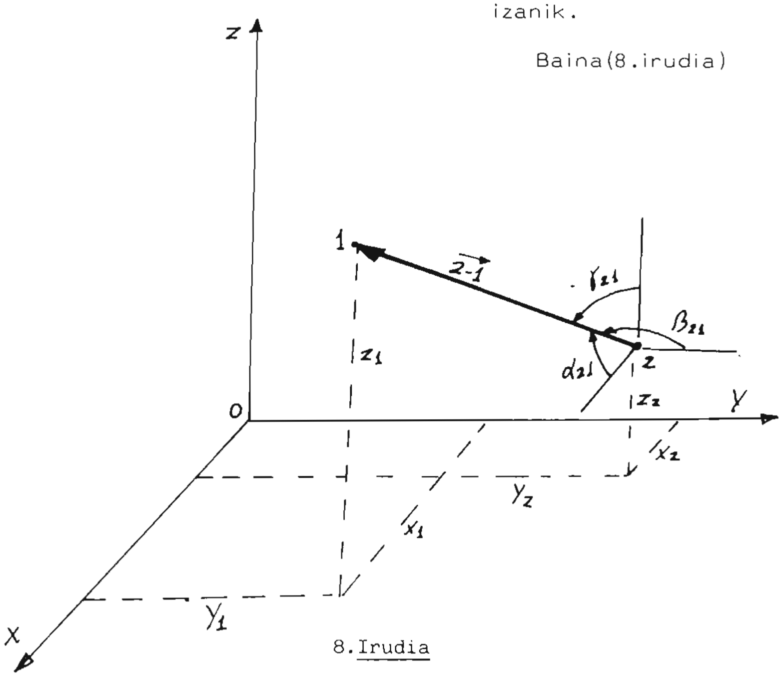
G grabitazio-konstantea.

i,j eta k ,XYZ sistemaren bektore unitarioak badira,1 eta 2 gorputzen arteko distantzia:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

izango da, α_{21} , β_{21} eta γ_{21} 2-1 bektorearen kosinu zuzentzaileak izanik.

Baina(8.irudia)



8.Irudia

$$\alpha_{21} = \frac{x_1 - x_2}{d_{12}} \; ; \; \beta_{21} = \frac{y_1 - y_2}{d_{12}} \quad \text{eta} \quad \gamma_{21} = \frac{z_1 - z_2}{d_{12}}$$

Beraz,

$$F_{12} = iG\frac{m_1 m_2}{d_{12}^3}(x_1 - x_2) + jG\frac{m_1 m_2}{d_{12}^3}(y_1 - y_2) + kG\frac{m_1 m_2}{d_{12}^3}(z_1 - z_2)$$

Era berdinean,

F_{23} lor dezakegu.

Eta bigarren gorputzak jasatzen duen indar osoa:

$$F_2 = F_{21} + F_{23} = i\left[G\frac{m_1 m_2}{d_{12}^3}(x_1 - x_2) + G\frac{m_3 m_2}{d_{32}^3}(x_3 - x_2)\right] + j\left[G\frac{m_1 m_2}{d_{12}^3}(y_1 - y_2) + G\frac{m_3 m_2}{d_{32}^3}(y_3 - y_2)\right] + k\left[G\frac{m_1 m_2}{d_{12}^3}(z_1 - z_2) + G\frac{m_3 m_2}{d_{32}^3}(z_3 - z_2)\right]$$

Ikus dezagun orain zeintzuk diren XYZ sistemak bete behar dituen baldintzak $F = mxa$ legea bete dadin,(XYZ sistema inertziala izan dadin).

2 gorputzaren azelerazioa:

$$a_2 = i\frac{d^2 x_2}{dt^2} + j\frac{d^2 y_2}{dt^2} + k\frac{d^2 z_2}{dt^2} \quad \text{da.}$$

x_2, y_2 eta z_2 ,2 gorputzaren koordenatuak izanik.

$F = mxa$ bete dadin,hurrengo ekuazio diferentzialen sistema bete behar da.

$$\left.\begin{aligned}
G\frac{m_1 m_2}{d_{12}^2}(x_1 - x_2) + G\frac{m_3 m_2}{d_{32}^3}(x_3 - x_2) &= m_2\frac{d^2 x_2}{dt^2}\\
G\frac{m_1 m_2}{d_{12}^3}(y_1 - y_2) + G\frac{m_3 m_2}{d_{32}^3}(y_3 - y_2) &= m_2\frac{d^2 y_2}{dt^2}\\
G\frac{m_1 m_2}{d_{12}^3}(z_1 - z_2) + G\frac{m_3 m_2}{d_{32}^3}(z_3 - z_2) &= m_2\frac{d^2 z_2}{dt^2}
\end{aligned}\right\} \; F_2 \text{ indarraren osagaiak.}$$

$$\left.\begin{aligned}
G\frac{m_2 m_1}{d_{21}^3}(x_2-x_1) + G\frac{m_3 m_1}{d_{31}^3}(x_3-x_1) &= m_1\frac{d^2 x_1}{dt^2}\\
G\frac{m_2 m_1}{d_{21}^3}(y_2-y_1) + G\frac{m_3 m_1}{d_{31}^3}(y_3-y_1) &= m_1\frac{d^2 y_1}{dt^2}\\
G\frac{m_2 m_1}{d_{21}^3}(z_2-z_1) + G\frac{m_3 m_1}{d_{31}^3}(z_3-z_1) &= m_1\frac{d^2 z_1}{dt^2}
\end{aligned}\right\} F_1 \text{ indarraren osagaiak}$$

$$\vdots$$

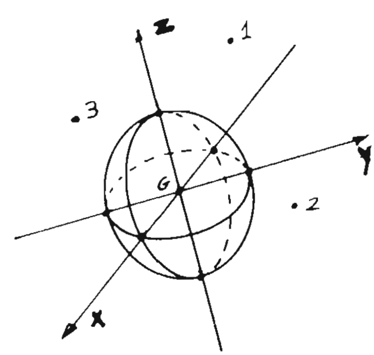
$$\left.\begin{aligned}
G\frac{m_1 m_3}{d_{13}^2}(x_1-x_3) + G\frac{m_2 m_3}{d_{23}^3}(x_2-x_3) &= m_3\frac{d^2 x_3}{dt^2}\\
G\frac{m_1 m_3}{d_{13}^3}(y_1-y_3) + G\frac{m_2 m_3}{d_{23}^3}(y_2-y_3) &= m_3\frac{d^2 y_3}{dt^2}\\
G\frac{m_1 m_3}{d_{13}^3}(z_1-z_3) + G\frac{m_2 m_3}{d_{23}^3}(z_2-z_3) &= m_3\frac{d^2 z_3}{dt^2}
\end{aligned}\right\} F_3 \text{ indarraren osagaiak}$$

Aleph puntuaren sistema diferentziala esango diogu.Ekuazio diferentzialen sistema honen integral guztiak,gorputz-multzo honen sistema inertzialak dira.

Ez da erraza sistema honen integralak aurkitzea.Uste dut gainera,oraingo kalkulu diferentziala ez dela gauza integral horiek aurkitzeko,baina honek ez du esan nahi integralik ez duenik.

Nahiz eta idazlan honetan sistema honi integralik ez aurkitu, integrala hauen esanahi fisikoa azaltzen saiatuko gara.

Badakigu,une bakoitzean,hiru gorputzei grabitate-zentru bat dagokiela.Badakigu ere,une guztietan hiru gorputzei inertzi elipsoide nagusi bat eta bere hiru ardatz nagusiak dagozkiela.(9.irudia).



9.Irudia

G puntua, grabitate-zentrua da beraz:

$$X_G = Y_G = Z_G = 0$$

Baina:

$$X_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 0$$

$$Y_G = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 0$$

$$Z_G = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3}{m_1 + m_2 + m_3} = 0$$

Ondorioz:

$$\left.\begin{array}{l} m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 = 0 \\ m_1 y_2 + m_2 y_2 + m_3 y_3 = 0 \\ m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 = 0 \end{array}\right\} \quad IV$$

X,Y eta Z ardatzekiko momentu zentrifugoak 0 dira,ardatz hauek, inertzi eleipsoide nagusiaren ardatz nagusiak dira.

Beraz,

$$\left.\begin{array}{l} m_1 x_1 y_1 + m_2 x_2 y_2 + m_3 x_3 y_3 = 0 \\ m_1 x_1 z_1 + m_2 x_2 z_2 + m_3 x_3 z_3 = 0 \\ m_1 y_1 z_1 + m_2 y_2 z_2 + m_3 y_3 z_3 = 0 \end{array}\right\} \quad V$$

Zer gertatuko litzateke IV eta V ekuazioek osatutako sistema , Aleph puntuaren ekuazio diferentzialen sistemaren integral bat balitz?.Ba,inertzi eleipsoide nagusiaren ardatz nagusiek osatutako triedroa,sistema inertzial nagusia izango litzatekeela.Eta elipsoide honen ardatzekiko abiadura konstantez eta bide zuzenak ibiliz higitzen diren sistema guztiak, inertzialak izango liratekeela.

IV eta V ekuazioek osatutako sistema ez da (hori uste dut behintzat) Aleph ekuazio-sistemaren integral bat.Beraz,inertzi eleipsoide nagusiaren ardatzek osatutako triedroa ez da sistema inertzial bat.

Aleph sistemaren integralak IV eta V ekuazioek osatutako sistema baino konplikatuagoak izango dira,behar bada.Lehen esan dugun bezala,ez dakigu Aleph sistema integratzen,baina bere integralak IV eta V sistema bezala,masek eta distantziek osatutako ekuazioak dira.Hauxe da,hain zuzen,sistema inertzialen izaera.

Ondorioak

a)Mekanika klasikoaren hesparruan

Aleph triedroan (Aleph puntuaren ekuazio diferentzialen sistema betetzen duen eta Unibertsoaren grabitate-zentruan dagoen triedroan) jartzen bagara,gurekiko gorputz guztien trajektoriak,abiadurak eta azelerazioak,absolutuak dira.Argi-izpien trajektoriak zuzenak dira eta beren abiadura C = = 300.000 Km/s-koa da.

Foucault-en pendulua plano tinko batean higitzen da,etab.

b)Mekanika erlatibistaren hesparruan

Berdin gertatzen da,baina ez bakarrik Aleph triedroarekiko,sistema inertzial guztiekiko baizik, denborak eta luzerak Mekanika Erlatibistaren arabera neurtuz noski;hau da,Lorentz-en formulak erabiliz.