Elhuyar,8,3,1982

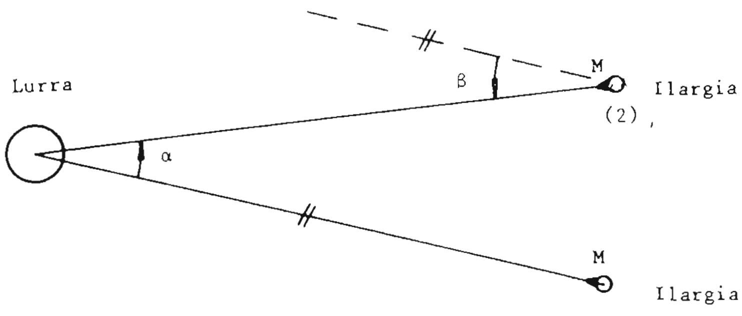
ILARGI BIHURRIA OTE DA GURE SATELITEA?

ANTONIO DEL CAMPO

Orain dela ilabete batzu,Saturno planetara heldu zen,Amerikatarrek bidalitako espazialuntzi bat.Untzi horrek hartutako datu batzuen arabera Saturnoren eraztunek eta batez ere Titan sateliteak ez dituzte mekanikaren legeak betetzen.Harrituta eta asaldatuta daúde jakintsuak.

Dirudienez Titan satelite hori oso bihurria da,baina nire ustez ez da hain urrun joan behar zeren eta gure Ilargia bezain bihurria da,edo Mekanikaren axiomak aldatu egin behar dira.

Dakigunez(1.irudia),gure Lurretik ikusita,Ilargiak beti aurpegi berbera erakusten digu.

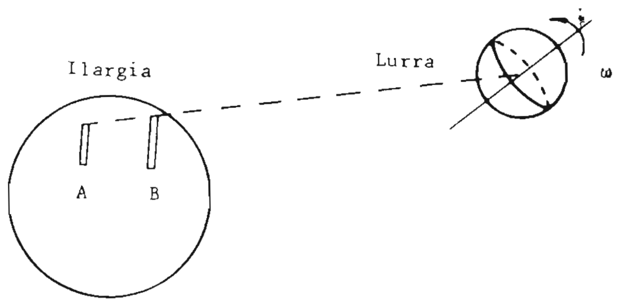


1.Irudia

Hots:M,Ilargiaren mendi bat baldin bada eta (1) aldiunean Ilargiaren erdian ikusten badugu,(2)aldiunean ere Ilargiaren erdian ikusiko dugu.

Beraz LI bektoreak biratutako angelua(α) eta Ilargiak bere ardatzarekiko biratutakoa(β) guztiz berdinak dira.

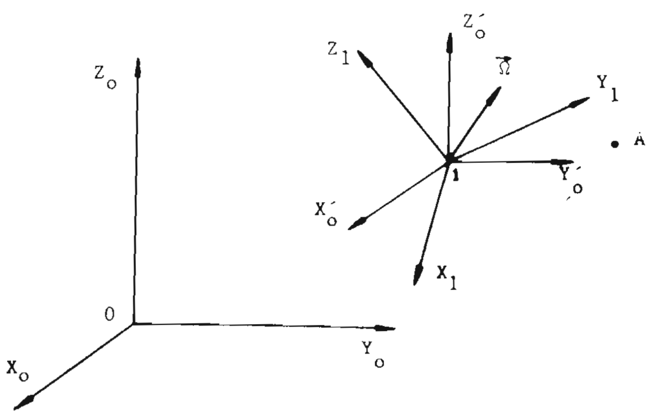
Ilargitik begiratuta,gure Lurra geldirik dago,bere ardatzaren inguruan bira eginez noski (2.irudia)



2.Irudia

A eta B,Ilargian jarritako bi taket baldin badira eta beren puntak eta Lurraren erdigunea zuzen batean badaude aldiune batean,honela jarraitzen du Lurrak,bere ardatzarekiko biraka,baina bere lekutik mugitu barik.

Hau ikusita,azter dezagun Coriolisen teorema.



3.Irudia

Izan bitez(3.irudia) $X_o\ Y_o\ Z_o$ 0 puntuarekin batera(0 puntuari zurrunki lotuta)higitzen den erreferentzi sistema bat; $X_1\ Y_1\ Z_1$,1 puntuarekin batera(berari zurrunki lotuta)higitzen den beste sistema bat eta $X'_o\ Y'_o\ Z'_o$ 1 puntuarekin higitzen den beste sistema bat,baina $X_o\ Y_o\ Z_o$ sistemaren paraleloa izanik. $\vec{\Omega}$ da $X_1\ Y_1\ Z_1$ sistemaren abiadura angeluarra, $X'_o\ Y'_o\ Z'_o$ sistema erreferentzitzat hartuz.Eta azkenean A higitzen den puntu bat da.Honela dio Coriolisen teoremak:

$$\vec{J}^A_o = \vec{J}^A_r + \vec{J}^A_a + 2\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_r$$

$\vec{J}^A_o$, $Z_o\ Y_o\ Z_o$ sistemarekiko A puntuaren azelerazioa.(azelerazio absolutua esaten zaio).

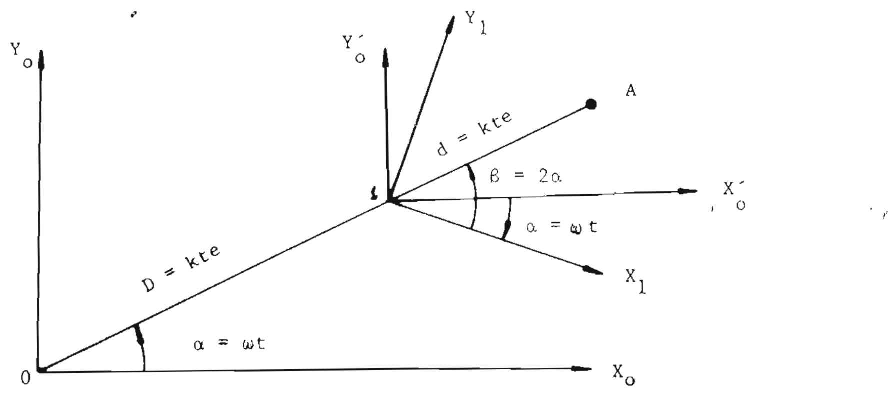
$\vec{J}^A_r$, $X_1\ Y_1\ Z_1$ sistemarekiko A puntuaren azelerazioa(azelerazio erlatiboa esaten zaio).

$\vec{J}^A_a$, $X_o\ Y_o\ Z_o$ sistemarekiko A puntuak izango lukeen azelerazioa X_1, Y_1, Z_1 sistemarekin batera(berari lotuta)higituko balitz(arraste-azelerazioa esaten zaio).

$\vec{V}_r$,A puntuaren $X_1\ Y_1\ Z_1$ sistemarekiko abiadura da(abiadura erlatiboa deitzen da)eta $2\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_r$ biderketa bektoriala

Hau ikusirik Lurraren eta Ilargiaren mugimendu erlatiboak aztertuko ditugu,baina lehenago Coriolisen teoremak erabiltzen dituen kontzeptuak ondo finkatzeko,adibide bat aztertuko dugu.

4.irudian ikusten diren ardatzak eta A puntua, X_o, Y_o ardatzek osatutako planoan daude.



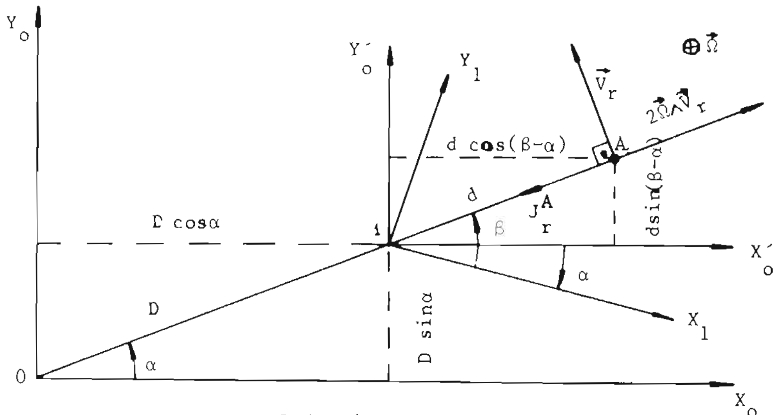
4.Irudia

1 puntua $X_o\ Y_o$ sistemarekiko ω abiadura angeluarraz higitzen da, D=konstantea izanik.

$X_1\ Y_1$ sistema $X'_o\ Y'_o$ sistemarekiko ω abiadura angeluarraz higitzen da. A puntua $X_1 Y_1$ sistemarekiko 2ω abiadura angeluarraz higitzen da d=konstantea izanik (mugimendu guztien norantzak 4.irudian ikus daitezke).

Beraz Coriolisen teorema jarraituz:

$$\vec{J}^A_o = \vec{J}^A_r + \vec{J}^A_a + 2\,\vec{\Omega}\wedge\vec{V}_r$$



5.Irudia

$\vec{J}^A_r$ azelerazio erlatiboa da eta kasu honetan azelerazio zentripetua, beraz bere moduluaren balioa $J^A_r = (2\omega)^2.d$ da eta bere norantza A-tik 1 punturantz doan zuzenarena (5.irudia).

$\vec{\Omega}$, $X_1 Y_1$ sistemaren abiadura angeluarra da. Kasu honetan bere moduluaren balioa $\Omega = \omega$ da eta bere norantza orriaren barrurantz.

$\vec{V}_r$, A puntuaren abiadura erlatiboa da. Kasu honetan bere moduluaren balioa $V_r = 2\omega.d$ da eta bere norantza 5.irudian agertzen dena.

$\vec{J}^A_a$, A puntuaren arraste-azelerazioa da.

A puntuaren X_o Y_o sistemarekiko koordenatuak hauek dira:

$$Y = D.\sin\alpha + d \sin(\beta - \alpha)$$

$$X = D.\cos\alpha + d \cos(\beta - \alpha)$$

$$\alpha = \omega t$$

5.irudian ikusten den bezala.

Beraz $\vec{V}_a^A$, A puntuaren arraste-abiadura hau da:

$$\vec{V}_a^A = \vec{i}\,\frac{dX}{dt} + \vec{j}\,\frac{dY}{dt}$$

$\vec{i}$ eta $\vec{j}$ bektore unitarioak eta X eta Y A puntuaren koordenatuak izanik,

$$\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt}\left[D \cos\alpha + d \cos(\beta-\alpha)\right] =$$

$$= -\omega D \sin \omega t + d\omega \sin(\beta - \omega t) \quad \text{eta,}$$

$$\frac{dY}{dt} = \omega D \cos\omega t - d\omega \cos(\beta - \omega t)$$

konstanteak dira(deribatu hauek egiteko A puntua X_1Y_1 sistemari lotuta balego bezala egin behar da, goian esan dugun bezala, horregatik β angelua konstantea da deribada hauetan). Arraste-azelerazioa beraz:

$$\vec{J}_a^A = \frac{d}{dt}(\vec{V}_a^A) = \vec{i}\,\frac{d^2X}{dt^2} + \vec{j}\,\frac{d^2Y}{dt^2} =$$

$$= \vec{i}\left[-\omega^2 D \cos\omega t - d\omega^2 \cos(\beta-\omega t)\right] +$$

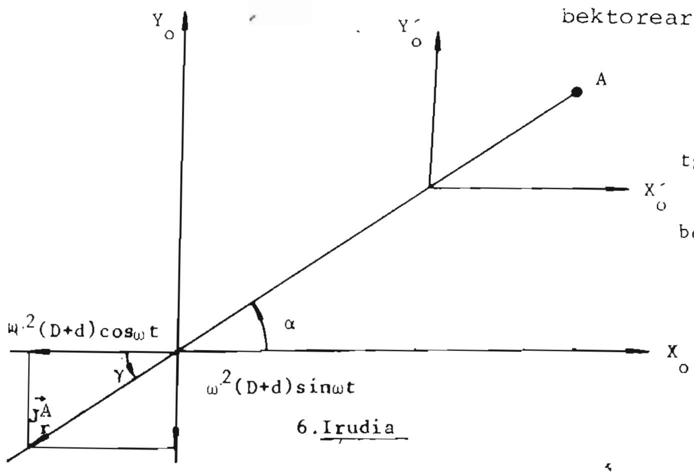
$$+ \vec{j}\left[-\omega^2 D \sin\omega t - d\omega^2 \sin(\beta-\omega t)\right]$$

baina,

$$\beta = 2\alpha = 2\omega t$$

$$\vec{J}_a^A = -\vec{i}\,\omega^2(D+d)\cos\omega t - \vec{j}\,\omega^2(D+d)\sin\omega t$$

$\vec{J}_a^A$ bektorearen moduluaren balioa $J_a^A = \sqrt{\left[\omega^2 \sin\omega t(D+d)\right]^2 + \left[(\omega^2(D+d)^2 \cos\omega t\right]^2} = \omega^2(D+d)$. $\vec{J}_a^A$ bektorearen norantza(6.irudia).



6.Irudia

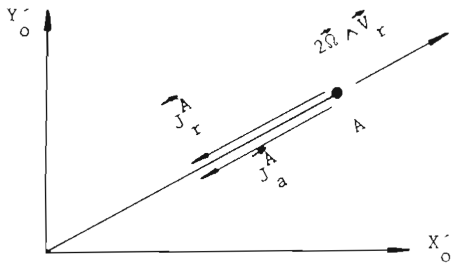
$$tg\,\gamma = \frac{\sin\omega t}{\cos\omega t} = tg\alpha$$

beraz, $\gamma = \alpha$

$\vec{\Omega}$ eta $\vec{V}_r$ bektoreak elkarzutak dira, beraz, $2\vec{\Omega}\wedge\vec{V}_r$ bektorearen modulua $|2\vec{\Omega}\wedge\vec{V}_r| = 2\Omega \cdot V_r = 2\Omega \cdot 2\omega d = 4\omega\Omega d = 4\omega^2 d$.

Bere norantza 5.irudian agertzen da, biderkaketa bektoriala bait da. Beraz $\vec{J}_o^A$ bektorearen modulua (7.irudia)

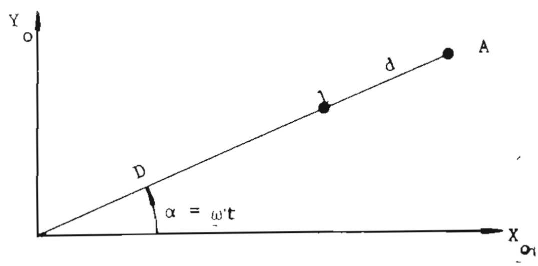
$$J_a^A = (2\omega)^2 d + \omega^2 (D+d) - 4\omega^2 d = \omega^2 (D+d)$$



7.Irudia

Beraz A puntuaren X_oY_o sistemarekiko azelerazioa A-tik 0 punturantz zuzenduta dago eta bere moduluaren balioa $J_o^A = \omega^2 (D+d)$ da.

Ondorio hau era errazago batez lor genezakeen, A, 1 eta 0 puntuak zuzen batean bait daude (8. irudia)

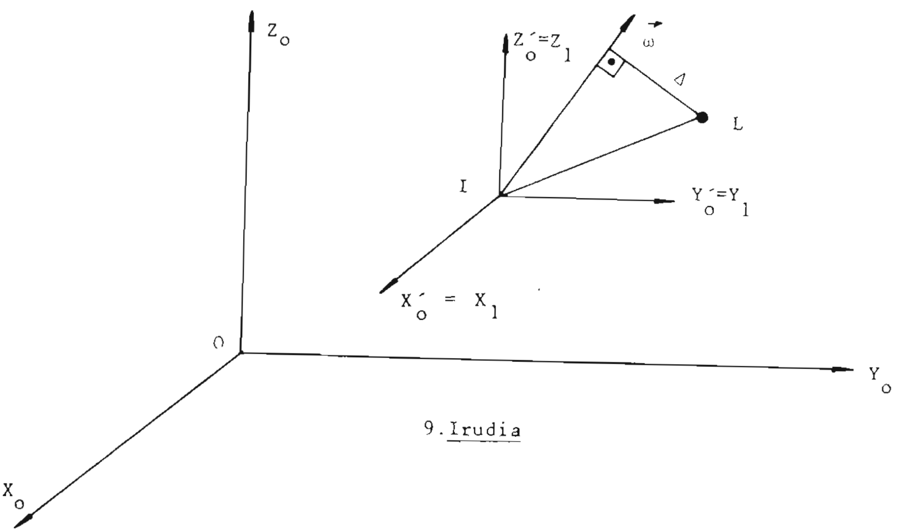


8.Irudia

A puntuaren higidura (X_oY_o sistemarekiko) ω abiadura angeluarreko biraketa bat da, beraz J (zentripetua)=ω^2(D+d) lehen lortu dugun bezala.

Adibide honekin Coriolisen teorema mamitu nahi izan dugu hurrengo atalean Ilargi eta Lurraren mugimenduak zehazki aztertzeko.

Izan bitez orain A puntua gure Lurra, I puntua Ilargia eta $X_oY_oZ_o$ sistema absolutu bat (Ortze absolutuari zurrunki lotutako sistema bat) 9.irudia



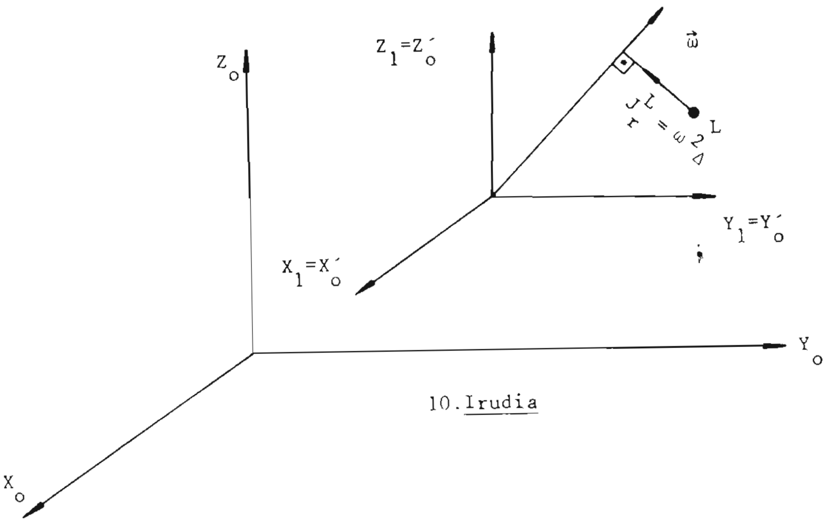
9.Irudia

ω Ilargiaren Ortze absolutuarekiko abiadura angeluarra da. (9.irudian ez da agertzen Ilargiari lotuta higitzen den sistemarik).

Beraz Lurraren azelerazio absolutua $\vec{J}^L_o=\vec{J}^L_a+\vec{J}^L_r+2\,\vec{\Omega}\wedge\vec{V}_r$ da $\vec{\Omega}=0$ $X_1Y_1Z_1$ sistema $X'_oY'_oZ'_o$-ri lotuta dagoelako.

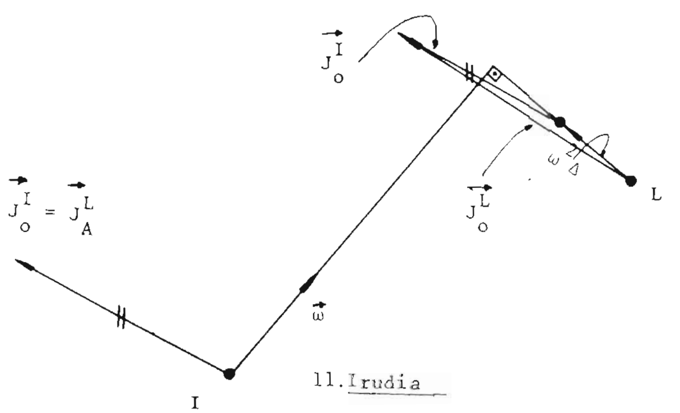
Kasu honetan $\vec{J}^L_a=\vec{J}^I_o$ ($\vec{J}^L_a$ Lurrak izango lukeen azelerazioa $X_1Y_1Z_1$ sistemari lotuta balego) L eta I-ren traiektoriak paraleloak izango balira (ez dira) eta kasu honetan $\vec{J}^L_r = \omega^2\Delta$ ($\vec{J}^L_r$, azelerazio zentripetua)

10.irudian agertzen dira bektore guzti hauen norantzak eta beren moduluen balioak.



10.Irudia

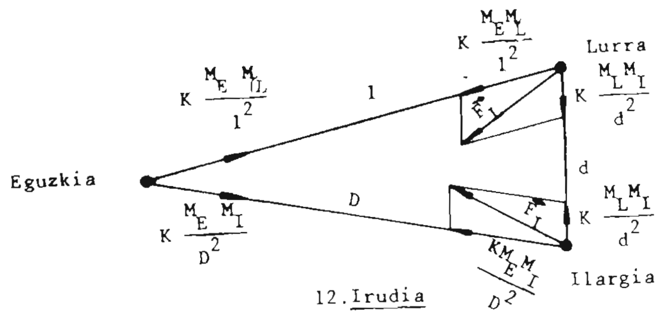
Beraz, $\vec{J}_o^I$ aldiune bateko Ortze absolutuarekiko Ilargiaren azelerazioa baldin bada, Ortze absolutuarekiko Lurraren azelerazioa lortzeko(11.irudia), $\vec{J}_o^I$ bektorea eta Lurretik $\vec{\omega}$ ardatzean projektatutako direkzioan $\omega^2\Delta$ modulua duen bektore bat, bektorialki batu behar dira.



11.Irudia

Baina dakigunez $\vec{F}=m.\vec{J}$; $\vec{F}$ gorputz batetan ezartzen diren indar guztien batukcta bektoriala eta $\vec{J}$ Ortze absolutuarekiko gorputzaren azelerazioa dira.

Ikus dezagun zeintzuk diren Ilargi eta Lurrean ezartzen diren indarrak(planetek egiten dituztenak baztertuz,askoz txikiagoak bait dira)(12.irudia).

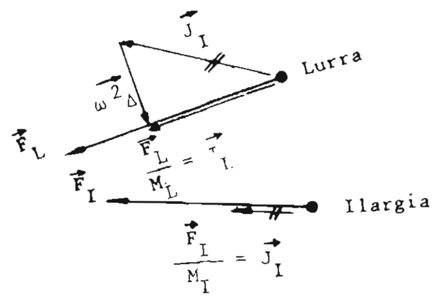


12.Irudia

$\vec{F}_L = M_L \vec{J}_o^L$ eta $\vec{F}_I = M_I \vec{J}_o^I$ beraz, $\vec{J}_o^L = \frac{\vec{F}_L}{M_L}$ eta $\vec{J}_o^I = \frac{\vec{F}_I}{M_I}$

Baina dakigunez , $\vec{J}_o^L = \vec{J}_o^I + \overrightarrow{\omega^2 \Delta}$ $\quad \frac{\vec{F}_L}{M_L} = \frac{\vec{F}_I}{M_I} + \overrightarrow{\omega^2 \Delta}$

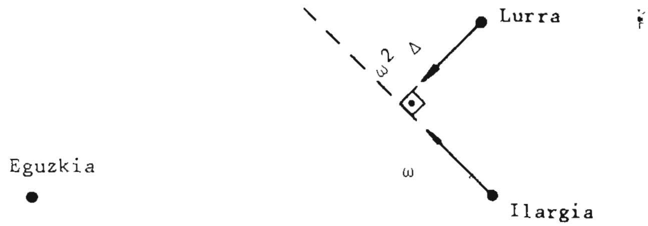
13.irudian ikusten den bezala:



13.Irudia

11.irudian $\omega^2\Delta$ bektorea,L eta ω ardatzak osatutako planoan dago.13.irudian berriz,$\omega^2\Delta$ bektorea E,I eta Lurrak osatutako planoan dago.Bi plano hauek L zuzenean elkartzen dira eta $\omega^2\Delta$ bektoreak zuzen honetan egon behar du edo bi planu hauek planu bakar bat dira.

Baina dakigunez ω ardatza ez da Lurretik pasatzen.Beraz bi plano hauek plano bakar bat dira.14. irudia



I4.Irudia

Orain arte esan dugunarekin zera baieztatu dugu:aldiune guztietan Lurra,Eguzkia,Ilargia eta Ilargiaren biraketaren ardatzek planu batetan egon beharko dutela.

Baina Astronomiak erakusten diguenez,Ilargiaren ardatzak eta eliptikaren planoak 85°ko angelua osatzen dute.

Hasieran esan dugunez gure Ilargia,Titan satelite hori bezain bihurria dugu.