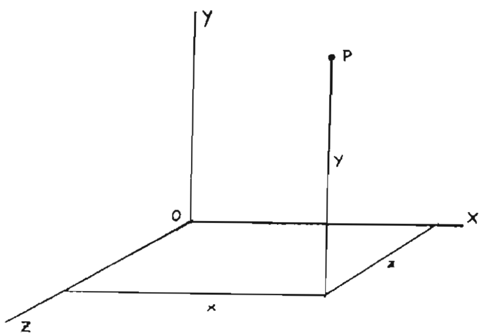
Elhuyar,8,1,1982

MEKANIKA ERLATIBISTAREN LEHEN URRATSAK

L.M.BANDRES
FISIKA DEPARTAMENTUA-KIMIKA FAKULTATEA
EUSKAL HERRIKO UNIBERTSITATEA
P.K. 1072 - D O N O S T I A

Espazioari dagokion edozein neurketa,erreferentzi puntu batekiko egiten da.100 m-kó lasterketa bateko korrikalari baten posizioaren adierazpena, adibidez,irteera puntutik edo "jatorritik"bere distantzia emanez egiten da;distantzia horri korrikalariaren"koordenatua"deritzogu.Adibide honetan posizioa finkatzeko koordenatu bat bakarrik eman behar da eta higidura"dimentsiobakarrekoa"dela esan ohi da. Beste kasutan bi koordenatu eman beharko dira,orduan,higidura "bidimentsionala" da.Kasu orokorrenean posizioa hiru koordenaturen bidez finka daiteke;higidura "hirudimentsionala" da.

Behin jatorria aukeratu ondoren,koordenatuak adierazteko,erreferentzi sistema bat hartu beharko dugu.Besteren artean,sarri askotan erabiltzen den erreferentzi sistema "sistema cartesiarra" da, hau elkartzutak diren hiru ardatzez osaturik dago.x,y,z koordenatuen balioak ezagutuz gero,P puntuaren posizioa guztiz finkatuta dago(ikus 1.irudia)



1. Irudia

Beste erreferentzi sistema batzuk ere oso erabilgarriak dira Fisikan:koordenatu esferikoak edo koordenatu zilindrikoak, adibidez.Baina lan honetan koordenatu cartesiarrak bakarrik erabiliko ditugu.

Gure inguruan dauden gauzak begiratzen baditugu,guztiak eten gabe higitzen ari direla ikusiko dugu:Lurra,Eguzkia Ilargia,e.a. Beraz,edozein gorputzatan finkatuta dagoen edozein erreferentzi sistema,sistema higikor bat da,hots,higitzen ari den sistema bat.Hori dela eta, guk ikusten ditugun higidurak oso erlatiboak direla esan behar da:nirekiko higidura bat da,baina ni ere higitzen ari naiz eta.

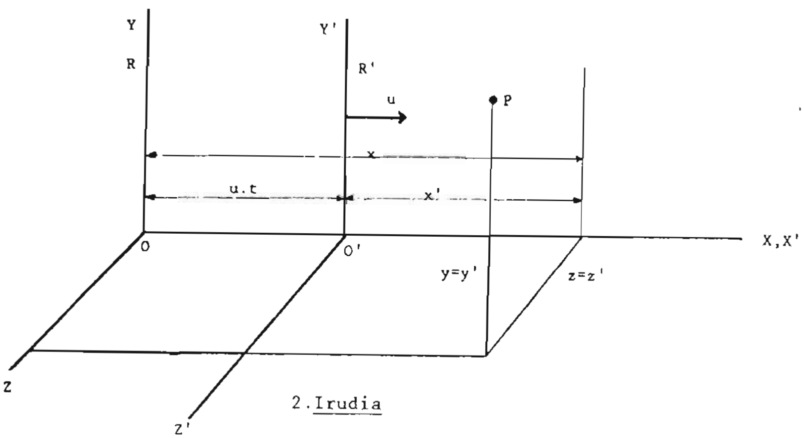
Dena dela,zatiki baten gainean inongo indarrik ez dagoenean,zatiki hori sistema batetik azelerazio gabe bezala ikusten bada,orduan,erreferentzi sistema hori "inertziala" dela esan ohi da.Sistema inertzialak azelerazio gabekoak direla,esandakoaren ondorio bat besterik ez da.

Fisikarien eritzi komun bat zera izan da:gorputzen higidurak gidatzen dituzten legeak,bata bestearekiko abiadura konstante batez higitzen ari diren bi behatzailerentzat berdinak izan beharko direla.Beraz, ez dago diferentziarik ping-pong jokaldi bat etxean edo abiadura konstante batez doan tren baten barnean egitean;alderantzizkoa,experientziaren kontra joatea izango litzateke eta.Hori dela eta Newton-ek "erlatibitatearen printzipioa"ezarri zuen:"Espazio batean sartuta dauden gorputz batzuren besteekiko higidurak berdinak dira,espazioa geldirik,nahiz lerro zuzen batean abiadura konstante batez higitu".

Erlatibitateari buruzko problemak erlatiboki higitzen ari diren neurketekin lotuta daude.Einsteinen "erlatibitatearen teoria murriztuan" erreferentzi sistema,higidura konstante batez higitzen ari deneko higidura erlatiboaren adierazpena aztertzen da:Einstein-ek berak orokortu egin zuen bere teoria hori sistemak azeleratuta dauden kasuak kontutan hartzeko eta honela"erlatibitatearen teoria orokorra" ezarri zuen.Oraindik gaur egun teoria hau diskutigarria da,zeren bere azkeneko ondorioak experimentalki egiaztatzea oso zaila bait da.

galileoren transformazioa

Bitez R eta R´ bi erreferentzi sistema.2.irudian ikusten den bezala.



2.Irudia

R´ sistema R sistemarekiko x ardatzaren direkzioan u abiadura konstante batez higitzen ari da.

P puntuaren koordenatuak R sisteman x,y,z,t izango dira eta R´ sisteman x´,y´,z´,t´(t eta t´ bi sistematako aldiuneak jarri behar dira,hau da,fenomenoen denbora erreferentzi sistema batean edo bestean).

Onar dezagun t=t´=0 aldiunean, bi sistemen jatorriak batera dau dela.Higidura erlatiboa x edo x´ ardatzaren direkziokoa denez gero,zera itxaron dezakegu:

$$y = y' \quad \text{eta} \quad z = z'$$

Eta gure egunoroko experientziarekin ados egonik t=t´ dela onar genezake.

t epe bat iragan ondoren,R´

sistemak OO' = ut distantzia (X ardatzaren direkzioan)bete du;beraz: $x= x'+ ut$ edo $x'= x-ut$. Ekuazio guzti hauen multzoari, hots;

$$x = x'+ ut$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = t'$$

"Galileoaren transformazioa" deritzogu.Bere bidez,sistemen arteko u abiadura eta sistema batekiko posizioa ezagutuz,beste sistemarekiko koordenatuak lor ditzakegu.

P puntua ere x ardatzaren direkzioan higitzen bada R sisteman zera izango genuke:

$$\overline{v}_x = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

eta T'sisteman:

$$\overline{v'_x} = \frac{x'_2-x'_1}{t'_2-t'_1} = \frac{\Delta x'}{\Delta t'}$$

eta Galileoren transformazioaren bidez:

$$\overline{v'_x} = \frac{x_2-ut_2-(x_1-ut_1)}{t_2-t_1} = \frac{x_2-x_1}{t_2-t_1} -u=\overline{v}_x-u$$

edo

$$\frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\Delta x}{\Delta t} - u$$

Hau limitera eramaten badugu zera izango dugu:

$$v'_x = v_x - u$$

Zer esanik ez P-ren higidura orokorra izango balitz,hots,edozein direkziotan higituko balitz, abiadurak hiru osagai izango lituzkeela(v_x,v_y eta v_z edo v'_x,v'_y, v'_z) eta orduan $v'_y = v_y$ eta $v'_z = v_z$ izango liratekeela.

Ikus ditzagun azelerazioak;u konstantea denez gero:

$$\frac{dv'_x}{dt'} = \frac{dv_x}{dt}$$

eta $t = t'$izateagatik: $dt = dt'$ da.Beraz:

$$a'_x = a_x \qquad a'_y = a_y \qquad a'_z = a_z$$

Hau da: Galileoren transformazioarekin batera etorriz,gorputz baten azelerazioa erreferentzi sistemarekiko independientea da,baldin sistema hori inertziala bada.

Galileoren transformazioa"Fisika newtoniar edo klasikoaren" oinarrizko zutabe bat da.

erlatibitate murriztuaren sarrera

Mende honen hasieran experimentu batzuren bidez Fisika klasikoan oinarrizko akats edo huts bat zegoela egiaztatuta geratu zen.Experimentu horiek,zenbait fenomeno elektriko eta magnetikoren adierazpena emateko zailtasuna batzuk sorterazi zituzten.

1.864ean Maxwell-ek fenomeno elektro-magnetiko guztiak era orokor batean adierazteko ekuazio-sistema bat eman zuen. Ekuazio hauek uhin elektromagnetikoen existentzia aurresaten zuten,eta ez hori bakarrik baizik eta uhin horien abiadura argiaren abiadura izango litzatekeela ere bai(gaur egun argia uhin elektromagnetiko bat dela gauza jakina da).

Uhin elektromagnetikoen jokaera ematen diguten ekuazioak, Galileoren transformazioarekiko ez zirela inbarianteak berehala ikusi zen,hots,transformazio hori erabiltzen denean hedapen--abiadura aldatzen dela.Baina, hau experientziaren kontra zihoan,honen arabera uhin elektromagnetikoen hedapen-abiadura edozein higidura erlatiboarekiko konstante independiente bat da eta.

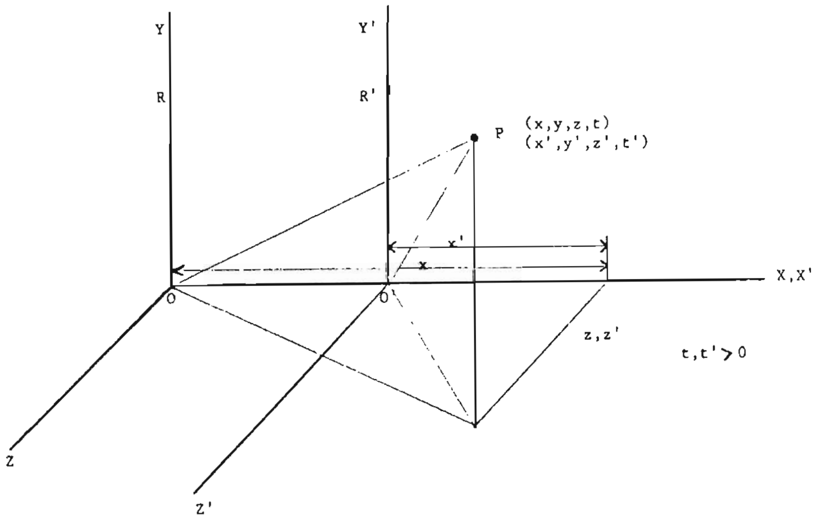
Einsteinek problema hau hausnartu ondoren,hutsa,Galileoren transformazioan denbora aldaezina bezala kontsideratzean zegoela sumatu zuen.Orduko experientziak argiaren abiaduraren konstantetasun posible bat adierazten zuen.Einsteinek konstantetasun hori onartu eta horretan oinarriturik bere"erlatibitatearen teoria murriztua"eraiki zuen. Teoria hau bi printzipio hauetan oinarritzen da:

1.-"Erreferentzi sistema batean edo berarekiko translazio-higidura uniforme batez mugitzen ari den beste edozein sistema batean sistema fisikoen egoera-aldaketak gidatzen dituzten legeak berdinak dira".

2.-"Sistema inertzial batetan argi-izpi bat C abiaduraz higitzen da,izpi hori geldirik dagoen nahiz higitzen ari den gorputz batetik etorri".

Bi printzipio horietan oinarrituta,lor dezagun sistema batetik bestera pasatzeko behar diren ekuazioak,hots,"Lorentz-en transformazioa".

Bedi foku puntual batetik sortzen den argi-pultsu labur bat; argia,esferikoki,c abiadura konstante batez hedatuko da.Suposa dezagun argi-iturria R errefe- rentzi sistema baten 0 jatorrian geldirik dagoela.Kontsidera de- zagun emandako sistemaren X ar- datzaren direkzioan u abiadura konstante batez mugitzen ari den R´ beste sistema bat.Onar dezagun 0 eta 0´ bi sistemen ja- torriak batera daudenean emiti- tzen dela argi-pultsua.Zer iku- siko luke R sistemarekiko geldi- rik dagoen behatzaile batek? eta R´-rekiko geldirik dagoenak?Biak P puntuan daudela kontsideratuko da.



3.Irudia

P puntuaren koordenatuak R sisteman x,y,z,t dira eta R´sis teman x´,y´,z´,t´.

R sistemarekiko geldirik da- goen behatzaileak pultsua 0-tik etorritakoa bezala hatzemango du eta R´ sistemarekiko geldirik dagoenak aldiz,0´-tik bezala(emi titze-aldiunean 0 eta 0´ batera zeuden eta).Argiaren abiadura, iturriaren eta behatzailearen arteko higidurarekiko independi- entea dela kontsideratua denez gero,biek argiaren abiadurarako balio berdin bat lortuko dute:c.

Onar dezagun pultsua t=t´=0 aldiunean emititzen dela,hots, 0 eta 0´ batera daudenean.R sis temarekiko geldirik dagoen beha- tzaileak argi-pultsua t aldiunean ikusiko du:

$$t = \frac{OP}{c} = \frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{c}$$

hemendik:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$$

R´sistemarekiko geldirik dagoenak t´ aldiunean ikusiko du:

$$t' = \frac{O'P}{c} = \frac{\sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}{c}$$

hemendik:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$$

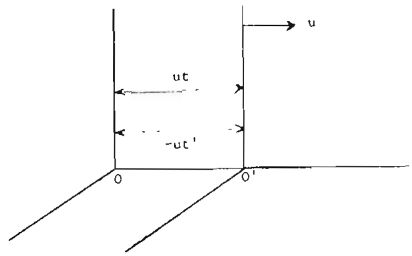
beraz,

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2 = x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2$$

hots,transformazio honetan $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2$ itxurako gaiak inbarianteak izango dira. Inbariantetasun honen esanahia zera da: Baldin t = 0 aldiunean 0 puntutik abiatuz direkzio guztietan hedatzen den argi-pultsu bat, R sistemarekiko geldirik dagoen behatzaileak c abiaduraz higitzen dela neurtzen badu, orduan t´= 0 aldiunean, 0´ puntutik abiatuz direkzio guztietan hedatzen den argi-pultsua ere, R´ sistemarekiko geldirik dagoen behatzailearentzat c abiaduraz higituko da.

Ondorio hori lehenengo printzipioarekin ados dago,noski.

Beste aldetik,t epean 0´ puntuak R sistemarekiko u.t distantzia bat bete du.Baina R´ sistemako behatzaileak 0 puntua -u.t´ higitu dela esango luke(ikus 4. irudia).



4.Irudia

Beraz:

$x' = -ut'$ $x = 0$ denean

$x = ut$ $x' = 0$ denean

Aurki ditzagun erlazio horiek betetzen dituzten ekuazioak.Baina, horretaz gainera,espazioari eta denborari dagokien homogeneotasuna kontutan hartu nahi badugu,bilatzen ari garen ekuazioek linealak izan beharko dute.

Hau da,bi erreferentzi sistema inertzial desberdinetan dauden behatzaileek gertaera berdin batean neurtzen dituzten posizioaren eta denboren arteko puntuz puntuko egokitasun bat lortu nahi da.Hori dela eta,bigarren graduko edo gehiagoko ekuazioak ez lirateke egokiak izango.

Ondoko ekuazio hauek,gure baldintza guztiak betetzen dituzten ekuazio errazenak dira: γ eta γ' konstanteak dira.

$$x' = \gamma\,(x - ut)$$

$$x = \gamma'(x' + ut')$$

Higidura x direkzioan denez gero, $y = y'$ eta $z = z'$ dauzkagu.

Beraz, bete behar diren ekuazioak hauexek dira:

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2 = x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2$$

$$x' = \gamma\,(x-ut)$$

$$x = \gamma'(x'+ ut')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

Hauetatik zera ateratzen dugu:

$$x^2\left[1-\gamma^2 + \frac{c^2\gamma^2}{u^2}\left(\frac{1}{\gamma\gamma'} - 1\right)\right] +$$

$$+ xt\left[2\gamma^2 u+2\frac{c^2\gamma^2}{u}\left(\frac{1}{\gamma\gamma'} - 1\right)\right] +$$

$$+ t^2\left[c^2\gamma^2 - c^2 - \gamma^2u^2\right] = 0$$

Baina,x,P puntuaren koordenatua da eta t,P-raino heltzeko pultsuak behar duen denbora;beraz,P edozein bat denez gero x eta t edozein dira,eta orokorrean x^2 xt eta t^2 ez dira zero izango. Horregatik,ikusitako ekuazioa beti bete ahal izateko,kortxete bakoitzak zero izan beharko du.

t^2-ren kortxeta zero eginez

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

ateratzen da eta x.t kortxetetik:

$$\gamma' = \frac{1}{\gamma\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}$$

eta goikoarekin aldaratuz $\gamma' = \gamma$ daukagu.

Bestalde,aurkitutakoa x^2-ren kortzetera eramanez gero,zero egiten zaigu,beraz,ondo dago.

Azkenik,t eta t´ atera ditzakegu:

$$t = \gamma\left(t' + \frac{ux'}{c^2}\right) \quad \text{eta} \quad t' = \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right)$$

Beraz eta laburpen gisa,Lorentzen transformazio-sistema,hau da:

$$x' = \gamma\,(x-ut);\ y' = y\ ;\ z' = z \quad \text{eta}$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{ux}{c^2}\right), \ \text{edo}$$

$$x = \gamma\,(x' + ut');\ y = y';\ z = z'$$

eta,

$$t = \gamma\left(t' + \frac{ux'}{c^2}\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Lorentz-en transformazioaren bidez R sistemako puntu baten koordenatuak beste R´ batera pasa ditzakegu,eta alderantziz.

Ohar gaitezen u,c baino askoz txikiagoa denean ($u \ll c$)orduan $u^2/c^2 \ll 1$ dela eta beraz γ gutxi gora behera 1 dela.Guzti hau dela eta limitean Lorentz-en transformazioa Galileorena bihurtzen da.Hau da,fenomeno batean abiadurak,argiarena baino askoz txikiagoak direnean,Galileoren transformazioa hurbiltze nahikoa da eta horregatik Fisika klasikoan transformazio hori baliagarria izan da.Baina berez eta gaur egun dakigunez,hori hurbiltze bat da eta ez beste;aldiz,Lorentz-en transformazioak abiadura apalak nahiz oso handiak hartzen ditu kontutan.