huyar.7,3,1981

BESTE
ZENBAIT

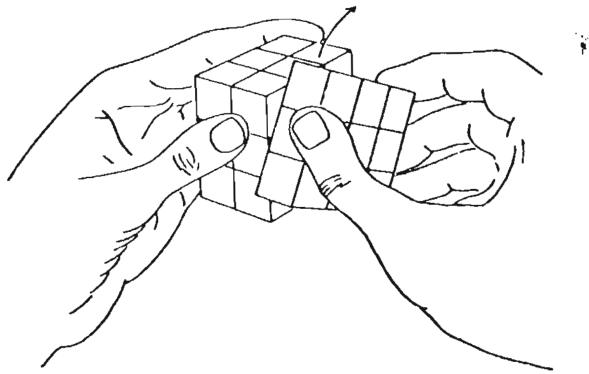
JOLAS MATEMATIKOAK

Jesus M.Goñi eta Juanito Etxeberria

Kubo majikoa edo Rubik-en kuboa bitxikeria matematiko bat izatetik izurrite kutsakor batera pasa da oso hilabete gutxitan gure begirada harrituaren aurrean. Azken udaberri eta udara honetan ezezaguna zen kubo zoragarri hau geroz eta hedatuagoa ikusteko aukera izan dugu bai aireportuetan hegazkinen zain dauden pertsonen eskuetan,bai Ipar Europatik datozen turisten kotxeetan,baita jostailu dendetan eta abar.... Entzun dudanez urte batean delako kubo horren lau miloi ale saldu omen dira mundu osoan,ikaragarria!

Alemanian,Beljikan eta Europako beste zenbait herritan txapelketa latzak egiten dira kubo honetaz baliaturik;sukarraldi baten antzo,eta inork gelditu ezinik,kubozaletasuna zabaltzen ari da han eta hemen.Azti kubo honen sorginkeria bere izenean ez ezik, baizik eta sortzen duen eragin misteriosoan ikusi beharko da.

Zer da,bada,kubo sorgindu hau? Oso gauza sinple bat.Kubo huts bat.Kubo honen aurpegi bakoitzean beste bederatzi kubo txikiago azaltzen dira(kubo txiki horien aurpegi bat azaltzen da noski); horrela elkarren artean loturik dauden kubo txikiz osaturiko kuboa da.Izan ere,kubo txiki hauen posizioa aldagarria da;aldaketa horiek burutzeko permititzen diren mugimenduak zerak dira:kuboaren zentrutik pasatzen diren XX´ YY´ eta ZZ´ ardatzekiko aurpegi handien biraketa;nahiz eta biraketa hauek gertatu kuboa ez da desegiten eta hauxe dugu,hain zuzen kubo honen birtute harrigarrienetako bat



1.Irudia: RUBIK-en kubo baten dibujoa

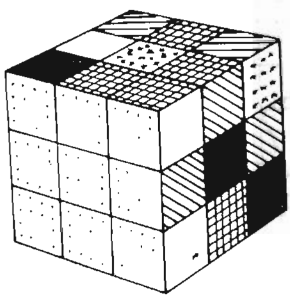
Eta nola jolasten da?.Kubo horren 54 aurpegi txiki(kuboaren aurpegi handi bakoitza 9 aurpegi txikitan dago banaturik) 6 koloretako sailetan banatzen dira;beraz,posiblea da aurpegi bakoitza kolore berdineko aurpegi txikiz osatzea eta horixe da,hain zuzen,jolasaren helburua Optimistak epeltzeko kuboarekin batera saltzen den orritxo batean posizio posible desberdinen kopurua 43 miloitik gorakoa dela abisatzen dute.

"Investigación y Ciencia" aldizkarian(1981 urteko Maiatza) D.R.Hofstadter-ek sinatzen duen artikuluan zehaztasun asko ematen dira kubo honi buruz;nik neuk delako artikulu horretan azaltzen diren lehen hitzak ekarri nahi ditut honera.

"Cubitis magiquia:buru-gaixotasun latza,gehienetan erkainetan sentitzen den hazkura minberarekin batera azaltzen dena.Sendabide bakarra Hungariatik eta Japoniatik datorren kubo koloredun baten ukitze luzearen bidez lortzen da.Sindromea hilabete askotan zehar zabaltzen da.Oso kutsakorra".

Horrelako kubo bat eskuratzen

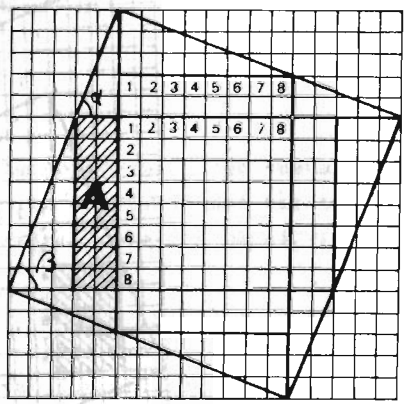
baduzue saia zaitezte hasteko aurpegi baten zati txiki guztiak kolore berdinekoak jartzen, nahiko lana izango duzue!.Posizio hori lortzen baduzue segi ezazue aurrera ea bi aurpegitan kolore berdina lortzeko gai zareten.Dagoenekoz,zihur nago,kutsaturik zaudete eta nekez geldituko zarete lasai aurpegi bakoitza kolore batekoa izatea lortu arte.Hurrengo zenbakian kubo honi buruz gauza jakingarri gehiago ekarriko ditugu, ea zuek ere idazten diguzuen laguntza emanez.



1. bis Irudia

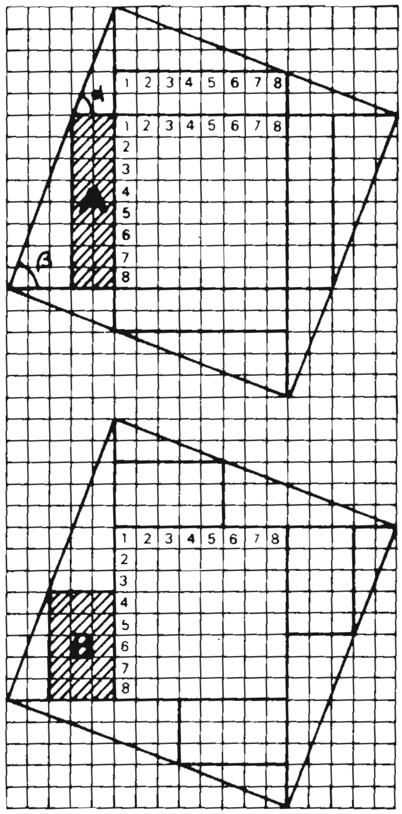
Azken bi zenbakitan(7 tomoa, 1 eta 2) galdutako karratu txikiaren problema ekarri dugu; oraingo honetan erantzunarekin gatoz zuengana.Dibujoan azaltzen diren karratu horiek ez dira benetazko karratuak;hori frogatzeko nahikoa da irudi horien aldeetan azaltzen diren hiruki zuzenen katetoak neurtzea.Hiruki txikiaren katetoen neurriak zerak dira:2 koadro eta 5 koadro; hiruki handiaren katetoak,berriz, 3 koadro eta 8 koadro.Bata bestearen ondoan jartzean bi hipotenusek linea zuzen bat osatuko dute dibujoan bi angeluak berdinak badira;baina bi angelu horiek desberdinak dira bere tanjenteak desberdinak direlako:

$$\text{Tan} = \frac{5}{2} = 2{,}5 \ ; \ \text{Tan}\ \frac{8}{3} = 2{,}666 \ \ldots$$



2. Irudia

Gertaera honen ondorioa oso da garbia,bi irudiak ez dira berdinak:5.karratu txikia daukana bestea baino handiagoa da;bi azalen arteko diferentzia lau koadrotakoa da,beheko dibujo honetan erakusten denez eta diferentzia hori da hain zuzen 5.koadro galdua zergatik desagertzen den adierazten duena.



3. Irudia

ERANTZUNA

Hona hemen A.del Campo-k bidali digun erantzun zuzena.Guk ematen dugun erantzunaren oso antzekoa da;eskerrik beroenak A. del Campo lagunari bidali digun lanagatik,hurrengo arte.

PUNTU LODIAREN TEOREMA

Lehen eta bigarren kasuan,α angelua berbera da tgα $=\frac{5}{13}$ izanik.

Lehen eta bigarren kasuan,R, S,T eta P triangeluen katetoen neurriak,3 eta 7,8 dira(3.irud.)

Lehen eta bigarren kasuan a, d,g eta e triangeluen katetoen neurriak,2 eta 5,2 dira(3.irud)

1. eta 2. irudietan 7,8 eta 5,2 neurri hauek 8 eta 5 direla ematen dute,baina hori marrak oso lodiak direlako gertatzen da.

Oso ezaguna da puntu lodiaren teorema:Puntu batetik pasa daitezkeen zuzenki paraleloen kopurua,puntuaren lodieraren araberakoa da.

Lehen kasuan D,E,B eta F poligonoen azalera (4.irudia,j)

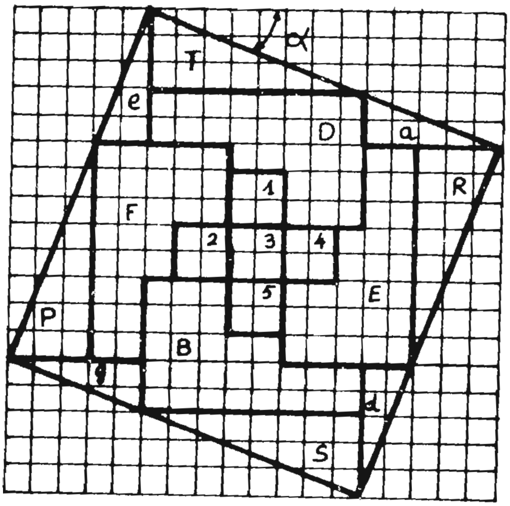
X zatiaren azalera:	7,8x2,2=17,16
Y " " :	4,8x0,8= 3,84
Z " " :	2,8x2 = 5,60
F poligonoaren azalera	26,60

Bigarren kasuan(4.irud.k)

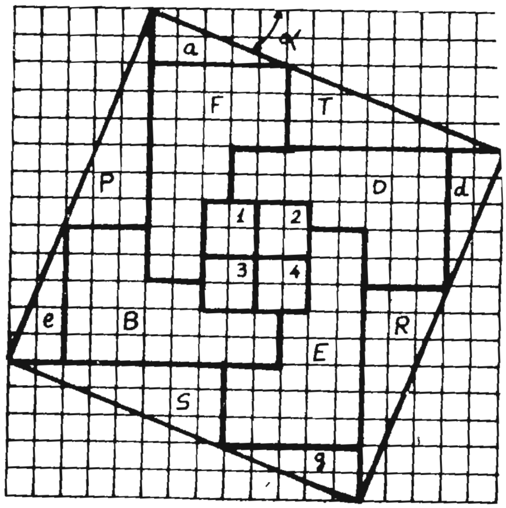
X zatiaren azalera:	8 x 2 = 16
Y " " :	1 x 5 = 5
Z " " :	3 x2,2= 6,6
F poligonoaren azalera	27,60

Beraz bigarren kasuan D,E,B eta F poligonoen azalera 4 cm^2 handiagoa da lehen kasuan baino, horregatik desagertzen da 4 cm^2-ko karratua.

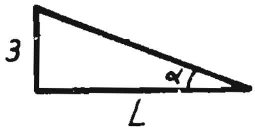
Antonio del Campo



1. Irudia



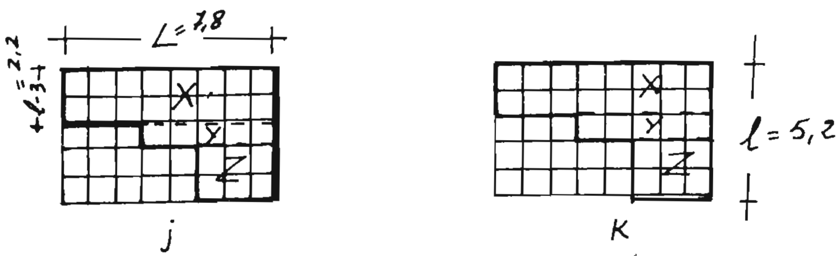
2. Irudia



$$tg\alpha = \frac{3}{L} \; ; \; L = \frac{3}{tg\alpha} = \frac{3x13}{15} = 7{,}8$$

$$tg\alpha = \frac{2}{l} \; ; \; l = \frac{2}{tg\alpha} = \frac{2x13}{5} = 5{,}2$$

3. Irudia



4. Irudia