Elhuyar,7,2,1981

UHIN - LUZERA DESBERDINAK BEREIZTEKO METODOAK

Juanjo Peña

Iturri batek uhin-luzera desberdinak ematen badizkigu,uhin--luzera horiek bereizteko metodoak ikusi nahi ditugu.

Hiru metodo aipatuko ditugu:

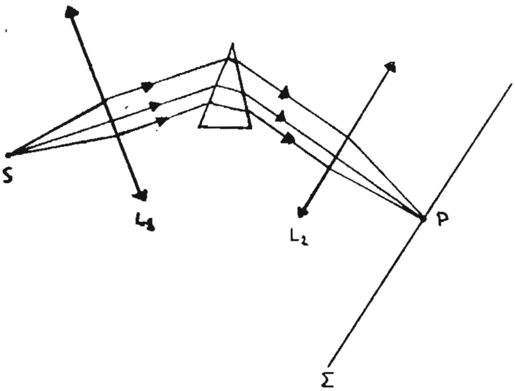
- Lehenengoak espektroskopioa erabiltzen du.
- Bigarrenak Fabry-Perot-en interferometroa.
- Hirugarrenak sarea.

Lehenengo metodoa aztertzen hasiko gara.

Espektroskopioa irudian agertzen da,eta bere osagaiak ondoko hauek dira:

- Bi lente konbergente (L_1 eta L_2)
- Prisma bat
- Iturri puntuala(S),L_1-en objektuaren plano fokalean dagoena.
- Pantaila,(ε) irudiaren plano fokalean.

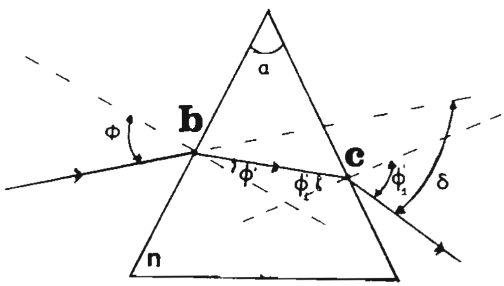
Funtzionamendua ikusi baino lehen,prismaren bi propietate eta beste hiru lentearenak aipatu behar ditugu.



1. Irudia

prismarentzat

Eman dezagun izpi bat prisma batean zehar pasatzen dela. Izpi honek bi errefrakzio izango ditu(B eta C-en) δ:"Desbidazio-angelua":izpi intzidenteak eta prismatik ateratzen denak osatutakoa.



2. Irudia

δ : gehienetan α ,n eta φ -ren funtziopekoa izango dugu non:

α : prismaren angelua
n : prismaren errefrakzio-indizea
φ : intzidentzi angelua.

Lehenengo propietatea:

α angelua oso txikia denean, δ desbidazio-angelua α -ren funtzio bakarra da eta bere balioa izan ohi da:

$$\delta = (n-1).\alpha$$

Bigarren propietatea:

Prisma baten edo beste edozein substantzia baten errefrakzio-indizea aldatu egiten da argiaren kolorearen (edo argiaren uhin-luzeraren)bidez.

lentearentzat

Lehenengo propietatea:

Izpi bat lente konbergente batera iristen bada, bere zentrutik pasatuz, zuzenean hedatuko da.

Bigarrena:

S iturria lente konbergente

baten objektuaren plano fokalean badago, izpiak lentetik paralelo ak irtengo dira.

Hirugarrena:

Lente konbergente batek izpi paraleloak jasotzen baditu,izpi horiek lentetik irtengo dira iru di plano fokalaren puntu batetik pasatuz.

Propietate horiek kontuan har tuta,ikus dezagun espektroskopio baten funtzionamendua.

S iturriak argi monokromatikoa (edo uhin-luzera berdinekoa) ematen badigu L_1 lentetik izpi paraleloak aterako dira(lentearen bi garren propietateagatik).

Prismak izpi horiei desbidazio berdina ematen die(zeren $\delta = (n-1) \cdot \alpha$ eta α eta n konstanteak baitira),eta prismatik paraleloak irtengo dira.

ε Irudiaren plano fokalean dagoenez gero,izpi guztiek plano horren P puntu batetik pasa beharko dute eta irudi erreala izango dugu(lentearen hirugarren propietateagatik).S iturriak hiru kolore desberdin emango balizkigu, edo hiru uhin-luzera desberdin(urdina,horia eta gorria,adibidez), prismaraino iritsi artean ez genuke problemarik izango;baina behin prismaren barruan sarturik, n aldakorra gertatzen da kolore bakoitzarentzat eta,azkenean,hiru izpi aterako zaizkigu hasierako bakarraren ordez:hau da, ε-n hiru irudi erreal bereiztu ahal izango ditugu.Ikus dezagun hau mantxoago.

Suposa dezagun iturriak hiru uhin-luzera desberdineko argia ematen digula(urdina,horia eta gorria).

Bitez:

λ_F : urdinaren uhin-luzera
λ_D : horiaren uhin-luzera
λ_C : gorriaren uhin-luzera, eta

n_F : prismaren urdinarentzako errefrakzio-indizea
n_D : prismaren horiarentzako errefrakzio-indizea
n_C : prismaren gorriarentzako errefrakzio-indizea.

Prismak bi motatakoak izango ditugu:Flint eta Crown

Biak propietate eta errefrakzio-indize desberdinak dituzte:

Hona hemen balio batzu:

	n_F	n_D	n_C
Flint	1,665	1,650	1,644
Crown	1,527	1,520	1,517

Espektroskopioan Flint prisma erabiltzen badugu, bere angelua 10° izanik urdinarentzako "desbidazio-angelua" δ_F izango litzateke.

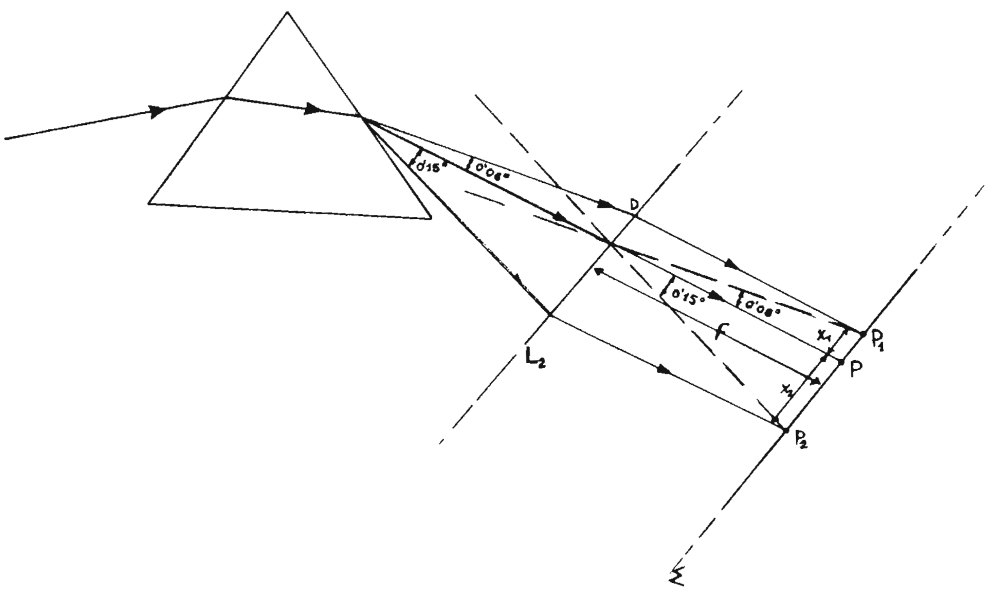
$$\delta_F=(1{,}665-1).10 = 6{,}65°$$

Era beretsuan, horiarentzako "desbidazio-angelua δ_D izango litzateke

$$\delta_D=(1{,}650-1).10 = 6{,}5°$$

Eta gorriarentzat δ_C

$$\delta_C=(1{,}644-1).10 = 6{,}44°$$



3. Irudia

Pantailan,irudi erreal batetik bestera dagoen distantzia jakiteko prisman izpi bat bakarra iristen dela suposatuko dugu.

Prismatik hiru izpi aterako dira:gorria,horia eta urdina.

Gorriak eta horiak osatzen duten angelua $\delta_D - \delta_C = 0{,}06°$ izango litzateke;eta horiak eta urdinak osatzen dutena $\delta_F - \delta_D = 0{,}15°$

Irudi honen posizioak pantailan aurkitzeko zera suposatuko dugu,horia lentearen erditik pasatzen dela.Lentearen lehenengo propietateagatik izpi hau zuzen hedatuko da,eta pantaila P puntuan ebakiko du.

P izango litzateke,hortaz,horiarentzako irudi erreala.Gorriarentzako irudi erreala aurkitzeko izpi bat marraztuko dugu,gorriari paraleloa eta lentearen erditik pasatzen dena.Izpi hau zuzen hedatuko da,eta pantaila P_1 puntuan ebakiko du.

Izpi gorria lentetik ateratzen denean P_1 puntura iritsi behar du eta horrengatik bere ibilbidea DP_1 izango da.

P_1 izango litzateke gorriarentzako irudi erreala urdinarentzat ere berdin eginez,P_2 puntua aurkituko genuke;eta P_2 izango litzateke,hortaz urdinarantzako irudi erreala.

Distantzia horiek kalkulatzeko, suposa dezagun lentearen distantzia fokala f 5m dela.

Kasu honetan

$$\text{tg } 0{,}06° = \frac{x_1}{f} \quad x_1 = 500\text{cm} \times 0{,}001047 = 5{,}235\text{cm.}$$

$$\text{tg } 0{,}15° = \frac{x_2}{f} \quad x_2 = 500 \times 0{,}002618 = 13{,}090\text{cm.}$$

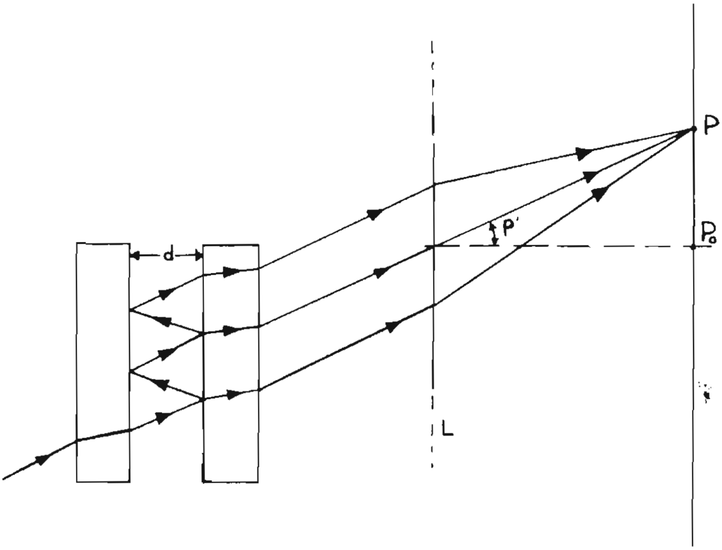
Ikusten dugunez,begiak distantzia horiek ondo bereizten ditu.

Esperientzia hau OPTIKA GEOMETRIKAREN arloan egin dugu.

bigarren metodoa

Metodo honek Fabry-Perot-en interferometroa erabiltzen du.

Interferometro hau beirazko bi plaka paraleloz osatua dago. Plaka horien arteko distantzia d da,eta isladatze-koefizientea ρ handia eduki behar dute.S iturritik,izpiak bidaliaz,errefraktatze- eta isladatze-fenomenoak jasango dituzte.Gero,bi plaketatik ateratako izpiak lente konbergente batez pantailaratzen baditugu interferentzi fenomenoak ikusiko ditugu.



4. Irudia: Fabry-Perot-en interferometroa

Erdiko izpia lentearen erditik pasatzen da. ε pantaila L-ren irudi plano fokalean dago.

Bi plaken ρ koefizientea handia denez,eraztunak plano fokalean ikusiko ditugu,beren zentrua P_O izanik,eta argiak eta estuak izango dira.Arrazoi honexegatik,iturriak bi uhin-luzera bidaltzen baditu,plano fokalean bi eraztun-sistema ikusiko ditugu,nahiz eta uhin-luzera horien arteko desberdintasuna guztiz txikia izan k mailako interferentziaren maximoa edo k mailako eraztun argia ρ'_K angeluaz ikusiko dugu.Angelu honek bete behar duen ekuazioa honako hau izango da:

$$\boxed{\cos \rho'_K \qquad \frac{K\lambda_0}{2d}}$$

(Ekuazio hau Optikako edozein liburutan agertzen da)

Iturriko uhin-luzera piska bat bakarrik aldatzen bada ere $(\lambda_0+\Delta\lambda)$,kasu honetan k mailako eraztun argia beste angelu batez ikusiko dugu. $(\rho'_K + \Delta\rho')$

Angelu honek bete behar duen ekuazioa beste hau izango litzateke

$$\cos(\rho'_K + \Delta\rho') = K.\ \frac{\lambda_0 + \Delta\lambda}{2d}$$

Hurbilketa hauek eginaz

$$\cos\Delta\rho' \approx 1 \quad \text{eta} \quad \sin\Delta\rho' \approx \Delta\rho'$$

$$\cos\rho'_K - \Delta\rho' . \sin\rho'_K = K\frac{\lambda_0}{2d} + K\frac{\Delta\lambda}{2d}$$

edo

$$\frac{K\lambda_0}{2d} - \Delta\rho' . \sin\rho'_K = K\frac{\lambda_0}{2d} + K\frac{\Delta\lambda}{2d}$$

Hau da:

$$\boxed{\Delta\rho' . \sin\rho'_K = K.\frac{\Delta\lambda}{2d}}$$

Balio absulutuz.

Badakigu k mailako eraztun argia ρ'_K angeluaz ikusten dugula. Beste aldetik, suposa dezagun P_O puntua argitsua dela eta gainera K_O mailako maximoa.

Puntu honetan ρ' -ren balioa 0 da eta betetzen den ekuazioa honako hau izango da:

$$\cos 0 = \frac{K_0\lambda_0}{2d} \longrightarrow d = \frac{K_0\lambda_0}{2}$$

Egoera hau kontuan harturik

$$\cos\rho'_K = \frac{K.\lambda_0}{2\frac{K_0\lambda_0}{2}} \longrightarrow \cos\rho'_K = \frac{K}{K_0}$$

Angelu txikia denean, ondoko hurbilketa hau egin dezakegu:

$$\cos\rho'_K = 1 - \frac{(\rho'_K)^2}{2} \quad \text{Beraz,}$$

$$1 - \frac{(\rho'_K)^2}{2} = \frac{K}{K_0} \quad ; \quad 1 - \frac{K}{K_0} = \frac{(\rho'_K)^2}{2}$$

Hau da:

$$\frac{2(K_0 - K)}{K_0} = (\rho'_K)^2 \text{ azkenean}$$

$$\rho'_K = \sqrt{\frac{2}{K_0}}\sqrt{K_0 - K}$$

Angelua txikia denean

$$\rho'_K \approx \sin\rho'_K = \sqrt{\frac{2}{K_0}}\sqrt{K_0 - K}$$

Orduan:

$$\Delta\rho' = \frac{K.\Delta\lambda/2d}{\sqrt{2/K_0}\sqrt{K_0-K}} = \frac{K\sqrt{K_0}\Delta\lambda.\lambda_0}{2d\sqrt{2}.\lambda_0.\sqrt{K_0-K}} =$$

$$= \frac{K}{K_0}\sqrt{\frac{K_0}{2(K_0-K)}} \cdot \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$$

<u>Adibidea</u>: Eman dezagun Fabry-Perot-en interferometro baten datuak honako hauek direla:

$d = 2\text{cm}$ $\qquad \lambda = 5.000$ Å

cm bat $\quad 10^8$ Å denez gero

K_0 izango litzateke:

$$K_o = \frac{4 \times 10^8}{5 \times 10^3} = 8 \times 10^4$$

Lehenengo eraztun argia(k_o-1) mailakoaren maximoa, ρ'_{k_o-1} angeluaz izango dugu.

$$\rho'_{k_o-1}\sqrt{\frac{2}{8\times 10^4}}\,\sqrt{1} = \sqrt{\frac{1}{4\times 10^4}} = \frac{1}{200}$$

$$\Delta\rho' = \frac{8\times 10^4-1}{8\times 10^4}\sqrt{\frac{8\times 10^4}{2.1}}\cdot\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = 2\times 10^2\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o}$$

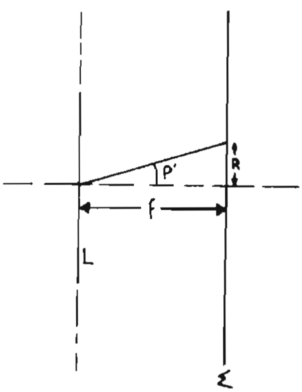
Angelu-aldaketa aurkitzeko

$$\frac{\Delta\rho'}{\rho'_{K_o-1}} = 2\times 10^2\cdot\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o}\cdot 200 = 4\times 10^4\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o}$$

Suposa dezagun $\Delta\lambda = 1,25 \times 10^2$ Å aldatu dela

$$\boxed{\frac{\Delta\rho'}{\rho'_{K_o-1}} = 0,1}$$

Honen esanahia, ρ'-ren balioa %10-etan aldatu dela.



5. Irudia

Beste aldetik,

$$tg\rho' = \frac{R}{f} \approx \rho'$$

Angelua txikia denean, bestalde ondoko hurbilketa hau egin dezakegu; honela, R= ρ'.f da.

ρ'-ren balioa %10 aldatzen bada berdin gertatzen zaio erradioari.

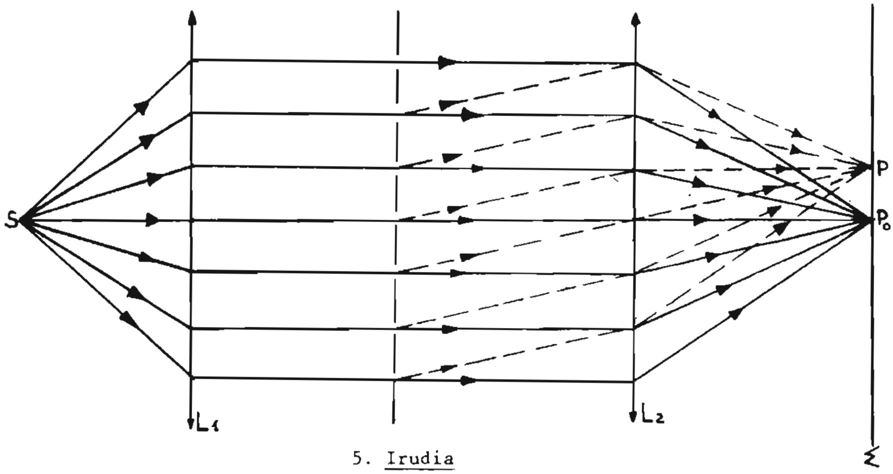
Orduan, $\Delta\lambda$-ren aldaketa hain txikia izanik lehenengo eraztun argian erradioaren aldaketa nabarmena ematen digu.

Jakina, esperientzia "interferentzi fenomenoen" arloan egin dugu.

hirugarren metodoa

Metodo honek bi uhin-luzera desberdin bereizteko difrakzio-sarea erabiltzen du.

Sarea lortzeko pantaila batean irekidura paralelo pila bat egin behar da. Gure kasuan luzeak eta estuak izango dira eta denak lodiera berdinekoak (a) Bestalde bi irekiduren arteko distantzia berdina izango da denentzat (h).



5. Irudia

S iturriak izpiak bidaltzen dizkigu.Izpi horiek L_1 lente konbergenteak jasotzen ditu,eta lente honetatik paraleloak ateratzen dira.

Izpi horiek irekiduretara iristen direnean direkzio guztietan barrena ateratzen dira.Irudian sarearekiko elkartzutak direnak bakarrik marraztu ditugu, eta θ angelua osatzen dutenak.

Izpi horiek L_2 beste lente konbergente batek jasotzen ditu, eta paraleloak diren izpiak pantailako puntu berdin batean elkartzen dira.

OHARRA: S iturria L_1 lentearen objektu fokuan dago eta ε pantaila L_2-ren irudi plano fokalean.

Garapen matematikoa eginez,ondoko konklusio hauetara iritsiko ginateke.

Pantailan,"MAXIMO NAGUSIAK" honako ekuazio hau betetzen duten puntuetan ikusiko ditugu:

$$\boxed{\sin\theta = \pm \frac{K\,\lambda}{h}} \qquad (1)$$

"MINIMOAK"

$$\boxed{\sin\theta = \pm \frac{m\,\lambda}{N\,h}} \qquad (2)$$

N : irekidura-kopurua izanik.

Puntu horietan ikusten den intentsitatea zero izango da.

"BIGARREN MAILAKO MAXIMOAK" posizio horietan ikusiko genituzke.

$$\boxed{\sin\theta = \pm\frac{3\lambda}{2Nh};\ \pm\frac{5}{2}\frac{\lambda}{Nh};\ \pm\cdots} \quad (3)$$

Bigarren mailako maximoak maximo nagusiak baino askozaz intentsitate txikiagoa dute.

Normalean N-ren balioa handia izaten da:100.000 edo handiagoa.

Kasu horietan,maximo nagusiak oso estuak dira.Bestalde,bigarren mailako maximoak(maximo nagusiaren ondoan daudenak) ezingo ditugu ikusi bien arteko separazio angeluarra txikia bait da.

Besteak ez ditugu ikusiko,intentsitatea oso txikia dutelako. Horregatik,sare bat argi monokromatikoz argituz pantailan marra zuzen eta estu argitsuak ikusiko ditugu.Marra horiek maximo nagusia adierazten digute.

Orain,lehen bezala suposa dezagun bi uhin-luzera guztiz hurbilak ditugula λ_0 eta $\lambda_0+\Delta\lambda$

Orain k mailako maximo nagusia edo k mailako marra argia θ angelu batez ikusiko dugu,eta bigarrenarentzat $\theta+\Delta\theta$ batez.

Angelu horiek ekuazio hauek bete behar dituzte.

$$\sin\theta = \pm\frac{K\lambda_0}{h}$$

eta

$$\sin(\theta+\Delta\theta) = \pm\frac{K(\lambda_0+\Delta\lambda)}{h}$$

batuketaren garapena eginez gero,

$$\sin\theta.\cos\Delta\theta+\cos\theta.\sin\Delta\theta = \pm\frac{K\lambda_0}{h}\pm K\frac{\Delta\lambda}{h}$$

Baina $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ hots $\Delta\theta \ll \theta$

beraz $\cos\Delta\theta \simeq 1$ $\sin\Delta\theta \simeq \Delta\theta$

$$\sin\theta+\cos\theta\cdot\Delta\theta = K\frac{\lambda_0}{h} + K\frac{\Delta\lambda}{h}$$

eta hemendik

$$\boxed{\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{K}{h.\cos\theta}}$$

"Sarearen dispertsio angeluarra" deritzo.

Eritzi bezala,sareak bi marra bereiztuko ditu bien arteko distantzia,marra baten lodieraren erdia baino handiagoa denean;edo, berdin dena,distantzia hori maximo nagusi batetik lehenengo minimoraino dagoen distantzia izango da.Suposa dezagun k mailako maximo nagusia θ angeluaz ikusten dugula,eta lehenengo minimoa $\theta+\delta\theta$ angeluaz.

Dakigunez,ekuazio hauek beteko dira:

$$\sin\theta \quad \frac{K\lambda_0}{h}$$

$$\sin(\theta+\delta\theta) = \frac{K\lambda_0}{h} + \frac{\lambda_0}{Nh} = \left(K+\frac{1}{N}\right)\frac{\lambda}{h}$$

m=1 eginez gero (2) ekuazioan.

Lehen bezala.

$$\sin\theta \cdot \cos\delta\theta + \cos\theta \cdot \sin\delta\theta = \frac{K\lambda_0}{h} + \frac{\lambda_0}{Nh}$$

Baina $\delta\theta \ll \theta$

beraz $\cos\delta\theta \simeq 1$ $\quad \sin\delta\theta \simeq \delta\theta$

$$\sin\theta + \cos\theta \cdot \delta\theta = \frac{K\lambda_0}{h} + \frac{\lambda_0}{Nh}$$

eta

$$\boxed{\delta\theta \quad \frac{1 \cdot \lambda_c}{N \cdot h \cdot \cos\theta}}$$

eta(4) ekuazioarekin alderatuz

$$\boxed{\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = N \cdot K} \qquad \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}:$$

"Sarearen bereizmena"deritzo.

Ekuazio honek,k mailako interferentziarentzat,sare honek bereiz dezakeen $\Delta\lambda$ txikiena ema= ten digu.

<u>Adibidea</u>: 4cm-ko luzera duen difrakzio-sare batek cm-batean 4.000 irekidura dauzka.

Bat mailako interferentzian sareak 5.890 Å eta 5.896 Å bereiztuko al ditu?

Sarearen berizmena zera izango da:

$$\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda_{txik.}} = N \cdot K$$

$\Delta\lambda$ = 5.896-5,890 = 6 Å

λ_0 erdikoa hartzen da:

Kasu honetan λ_0 = 5,893 Å

$$\frac{5.893}{\Delta\lambda_{txik..}} = 16.000 \times 1$$

$$\Delta\lambda_{txikiena} = \frac{5.893}{16000} = 0,368\ \text{Å}$$

$$N = 4\ \text{cm} \times 4.000\ \frac{\text{irekidura}}{\text{cm}} = 16.000\ \text{ire-}$$

kidura.

Sare honek bereiz dezakeen $\Delta\lambda$ txikiena 0,368 Å da; eta,egiazko $\Delta\lambda$ = 6 Å handiagoa denez , orduan sare honek bi uhin-luzera horiek bereizten ditu.

Esperientzia hau "<u>DIFRAKZIO-FENOMENOEN</u>" arloan egin dugu.