Elhuyar,7,1,1981

BESTE
ZENBAIT

JOLAS MATEMATIKOAK

J.M.GOÑI

Elhuyar aldizkariaren eraberritze honen barruan "jolas matematiko" izeneko sail berri hau irekitzea erabaki dugu.Sail honen izenburua bera nahiko adierazgarria delakoan gaude;hortaz,hitz gutxitan saiatuko gara bere mamiaren nondik-norakoa agertzen.

Sail honen barruan Matematikarekin lotura zabala duten jolas, asmakizun,problema eta gertaera bitxiak aipatuko dira.Bizitasuna lortu nahian,zenbaki bakoitzean plazaratzen diren problemen erantzuna hurrengo zenbakian emango da;izan ere,norbaitek soluzio egokia emanez idatziko balu,bere erantzun hori argitaratu ahal izango genuke,komentario batez horniturik.Irrikitan gaude,bestalde,zuek bidal ditzakezuen asmakizun,jolas eta modu honetako buruketak argitaratzekoːea denon artean atsegin eta bizigarria gertatzen den zerbait osatzen dugun.

23.zenbakian"paradoxa logikoak" izeneko artikuluaren bukaera eta soluzioa hurrengoan emango da;arrazoia oso sinplea da: zenbaki hori atzeratua argitaratu zen eta erantzun posibleen zain gaude.

gertaera bitxiak

Baloi baten zirkunferentzia osatzen duen sokaren luzerari metro bat gehitu ondoren berriro, zirkunferentzia bat egiten badugu,erradio handiago baten aurrean aurkituko gara.Honaino ez dago zertaz harriturik.Baloi horren partez Lurraren esfera teorikoa jarriko bagenu eta ekintza berdina burutuko,berriro ere erradio handiago bat lortuko genuke.Honainokoan Perogrullo-ren zorakeria bat kontatzen ari garela dirudi.Segi dezagun,ordea, aurrera:bai kasu batean eta bai bestean,erradio handiaren eta txikiaren arteko diferentzia BERDINA da;bai jaunak,berdina! Hau bai dela inork espero ez zuen gertaera bitxia.

Horrelako gertaera ez da ongi uztartzen intuizioak ematen duen intuizio arruntarekin."Ez da posible" -esango du batek baino gehiagok- "baloiaren zirkunferentzia askoz ere txikiagoa da eta metro bat gehitzean egiten den aldaketa proportzionala handiagoa da dudarik gabe;Lurraren kasuan,berriz,nabaitu ere ez da egingo metro bat luzatzea".

Burutazio horiek normalak dira baina,Matematikazale den batek ondo baino hobeto dakienez,balio gutxiko hitzaspertuak dira horiek, berbaldi antzua.Kalkula dezagun erradio horien luzera eta kito; hortxe izango dugu azken hitza, epai ukaezina.

Saia gaitezen,bada,horretan:

Baloiaren erradioa: r_1

Baloiaren zirkunferentzia: $2.\pi.r_1$

Metro bat gehitu ondoren:

$$2.\pi r_1 + 1$$

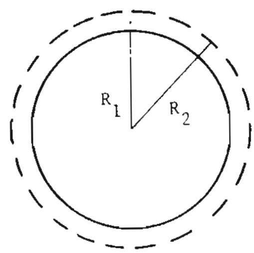
Zirkunferentzia berriaren luzera:

$$r_2 = \frac{2\pi r_1 + 1}{2\pi}$$

Diferentzia:

$$r_2 - r_1 = \frac{2.\pi r_1 + 1}{2\pi} - r_1 =$$

$$= \frac{2.\pi.r_1 + 1 - 2.\pi.r_1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}$$



Ikusten denez,diferentzia honen balioak ez dauka inolako zerikusirik erradioaren balioarekin ;

beraz, r_1 eta r_2 horien ordez Lurraren R_1 eta R_2 balioak ipiniko bagenitu diferentzia ez litzateke ezertan aldatuko.Matematikaren hizkuntza zehatzak eta kupidagabeak gure ilusioak zapuztu egin ditu,bidenabar intuizioaren balioaz gehiegi ez fidatzeko abisua emanaz.Intuizioa gauza ahula da, egun gutxitan ongi loratzen den landare maitagarria;horregatik, eta bere ahultasunaz mindurik,ondoko zera oihukatu nahi izango genuke:gora intuizioa!

asmakizunak

A) Jakina denez,zenbaki ezrazionalen adierazpen hamartarra ez da zehatza izaten;hots,bide hamartarra erabiliz eman daitekeen balioa beti ere hurbilketa mailan geldituko da.Hurbilketa honen errorea nahi adina gutxi daitekeela esateak errore horren derrigorrezkotasuna onartzen du inplizituki.

Zenbaki ezrazionalen eredu moduan $\sqrt{2}$ zenbakia har dezakegu, bera bait da sinpleena eta Matematikaren historian eragin sakonena izan duena.

$\sqrt{2} = 1{,}4142\ldots\ldots$

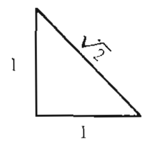
Gaur eguneko pentsamoldeak guztiz onartu du egoera hau arrazoi ezagun bategatik:Matematika tresna mailan ikusten delako Zientzien munduan,eta hurbilketa hori praktikoa den neurrian gehiago eskatzea zentzurik gabeko pretentsio filosofikoa gerta daitekeelako.Matematika,gaur egun,teknikaren zerbitzutan diharduen tresna baten gisa ikusten da.

Matematikari greziar batentzat, berriz,egoera guztiz bestelakoa da.Greziarrentzat Matematika ideen munduan mugitzen da eta mundu honetako izaki guztiak zehatzak eta perfektuak dira;horregatik,ingurune ideologiko honetan zehatza ez den zenbaki bati buruz hitzegitea kontraesan jasanezina da.Pitagoratarren ustetan errealitatearen printzipio oinarrizkoa(argé)zenbakia izana da; atomismo aritmogeometrikoaren sortzaileak izan ziren haiek ezaguna denez.

1 2 3 4

Utz dezagun oraingoz gai hau; hurrengo batean bueltatuko bait gara berriro hartara,greziarren abiaburua zein izan zen adierazteko.

Zenbaki ezrazionalen adierazpen hamartarra zehatza ez bada, zokora dezagun adierazpen hori eta bere ordez geometrikoa eman. 2 ez dago adierazpen hamartarra segituz zehazki idazterik, baina bai bere balio zehatza egoki dibujatzerik: hona hemen balio horren adierazpen geometrikoa



Platonek esango zuenez dibujo geometriko hauek burutzeko bakar-bakarrik bi tresna jainkotiar erabil zitezkeen: konpasa eta erregela. Horrela jaio zen, hain zuzen, erregela eta konpasaren geometria, eta honela orobat Aritmetika baztertzeko joera eta Geometriaren nagusigoa, greziarren artean.

Hurrengo batean segituko dugu gai honekin; bego oraingoz hemen, baina ez zuei galderatxo bat egin gabe.

Nola lor daiteke, bakar-bakarrik erregela eta konpasa erabiliz, zuzenki ezagun batean bigarren erroa?.

Ematen dena zera da:

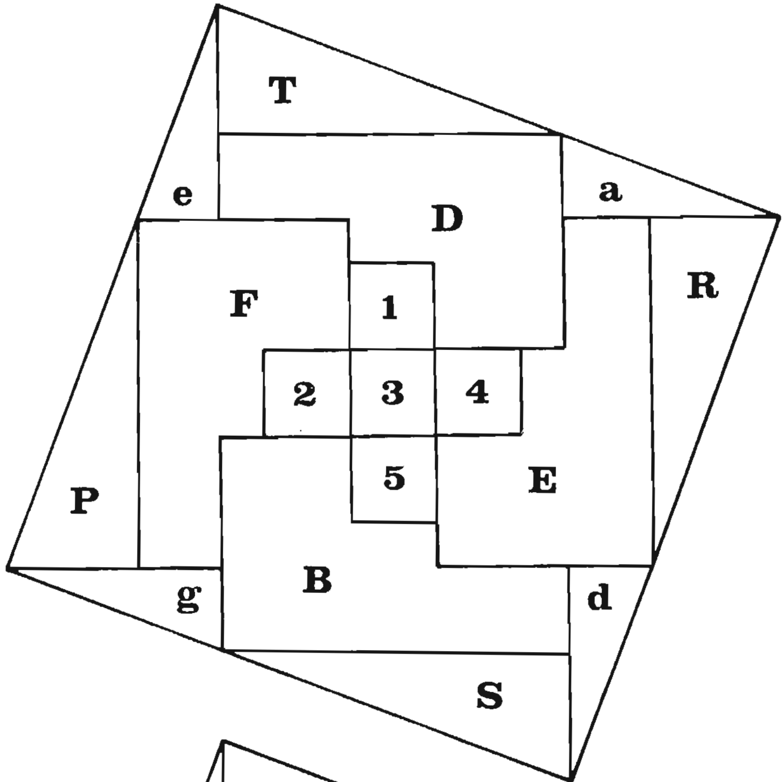
x zuzenki bat.

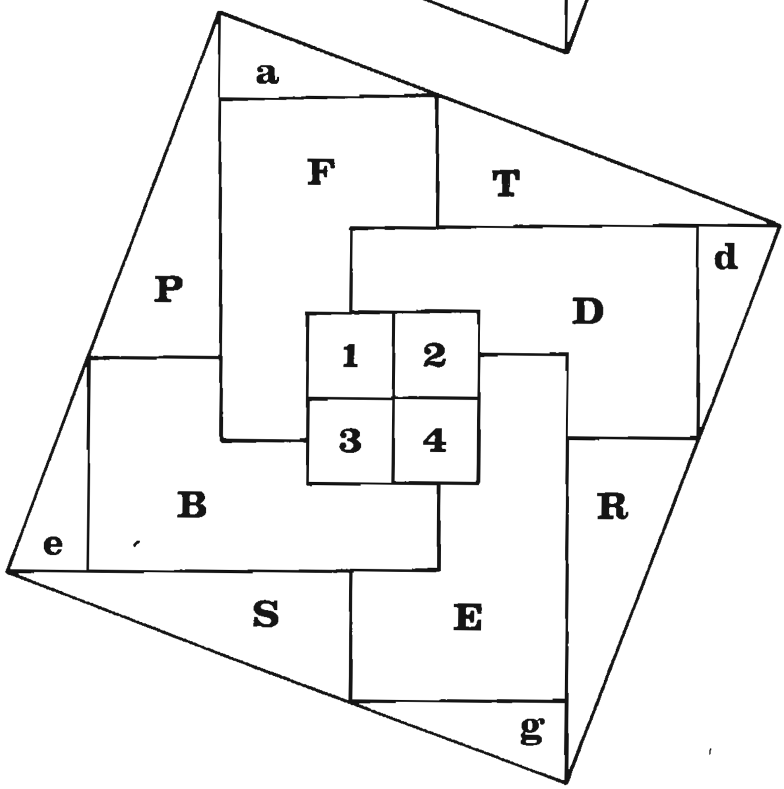
Eskatzen dena, aldiz, beste zera: zuzenki horren luzeraren $\sqrt{x}$ balioa adierazten duen zuzenkia.

Erabil daitekeen tresneria: erregela eta konpasa.

B) Hona hemen beste asmakizun bat:

Non dago 5 zenbakiaz izendaturiko karratu hori?. Non galdu da?


T
e
a
D
F
1
R
2
3
4
P
5
E
B
g
d
S


a
F
T
P
d
D
1
2
3
4
B
R
e
S
E
g