

## TEORIA KUANTIKO ZAHARRA (II)

Lehengo artikuluan ikusi genuenez, Planckek hutsune baten hormetako oszilatzaileen energia kuantifikatua dagoela suposatu zuen, baina hutsuneko eremu elektromagnetikoaren energiari buruz ez zuen ezer esan. Halaz ere, oszilatzaileek izan ditzaketen energiak beti ere  $h\nu$ -ren multiplo osoak baldin badira, erradia dezaketena ere horrelakoa izango da eta, beraz, kasu honetan gutxien eremuaren energiak kuantifikatua izan behar du.

1905.urtean (garai hartan Plancken teoria oraindik ez zen ezaguna, edota ezagutzen zutenek ez zuten onartzen) Einsteinek ondoko orokortasun hau egin zuen <sup>(1)</sup>:

“Hemen dagoen suposaketaren arabera, argi-iturri puntual batetik argi-izpiz joaten den energia ez da, epeka epeka, bolumen handiagotan barrena jarraiki hedatzen; aitzitik, energia hori kopuru finituko energi kuantutan banatua dago; azken hauek espazioko puntuetan daude, puskatu gabe higitzen dira eta beren osotasunean iresten edo emititzen dira.”

Kuantu bakoitzaren energia  $h\nu$  adinakoa zela suposatu zuen; hots, Plancken oszilatzaileen energia bera.

Einsteinen ustez argiaren esandako berezitasun hori “efektu fotoelektriko” izeneko fenomenoan nabarmendu behar zen. Orain dakigunez, fenomeno horretan metal batetik argiaren bidez elektroi batzuk ateratzen dira. Garai hartan fenomeno honi buruz oso gutxi zekien inork.

Beste zenbait gauzatxoren artean, honako hau ezaguna zen ordea: argiak metal baten kontra jotzen zuenean metal horren potentzial elektrostatikoa handitu egiten zela muga bateraino; azken hau ez da elektroiak emititzearen

---

<sup>(1)</sup> Einstein, Ann. Phys. (Leipzig), 17, 132-148 (1905).

ondorio bat baizik. Metal baten muga-potentzial hori argi erasotzailearen maiztasuna igon ahala altuagoa zela, hori ere gauza jakina zen dagoeneko. Baina, dena dela, fenomeno horren ezaguera hor geratzen zen; maila kualitatibo batek aurrera pasatzeko (hots, maila kuantitatibo bateraino heltzeko), ez zen biderik ikusten. Urrats hori eman ahal izateko, Einsteinek iradokizun bat egin zuen: metal batetik elektroik batek aldegiten badu zeragatik da, argi-kuantu (hemen-dik aurrera "fotoia" deitua) bakar bat iresterakoan fotoi horrek daraman energia bereganatu duelako. Orduan, elektroik batek  $h\nu$  energiako fotoi bat iresten badu metaletik alde egingo luke, eta bere energia zinetiko maximoa  $h\nu - W$  adinakoa izango litzateke (hemen,  $W$  hori metalaren lan-funtzioa da; hots, metaletik ihes egiteko elektroik batek behar duen energia minimoa. Elektroik batzuek  $W$  baino energia handiago bat beharko dute aldegiteko; hauek metaletik aldegiterrakoan, beren energia zinetikoa lehen ikusi dugun energia zinetiko maximoa baino txikiago izango dute). Ikusitako elektroik-ihes hori gera eraz daitete; horretarako kanpoan behar den potentzial egokia jarri behar da, besterik gabe.

Energiaren kontserbazioaren printzipioa erabiliz, zera idatz dezakegu:

$$eV = h\nu - W$$

hemen  $V$  elektroik guztien ihesketa ezabatzeke behar den potentzial minimoa dugu.

Ekuazio honen oinarrian datzan logika garai hartan denok onartzen zuten argiaren uhinezkotasunaren kontra dago. Teoria klasikoaren arabera, elektroien azelerazioaren kausa argi-uhinaren eremu elektriko oszilatzailea da. Beraz, argiaren intentsitatea handiagotzean, dagozkion eremu elektrikoaren oszilazioen amplitudeak handiagotuko lirateke; orduan, eremua jarraitzen duen elektroik batek azelerazio handiago bat hartu beharko luke eta, beraz, energia gehiago. Baina Einsteinen arabera elektroik batek hartzen duen energia argiaren maiztasunak soilik baldintzapetzen du, eta ez intentsitateak. Halaz ere, elektroik guztien artean hartutako energia osoa intentsitatearekin batera doa; hau da, energia handiagoa da intentsitatea handiagotu ahala, orduan fotoi gehiago iresten bait da.

1902. urtean Philipp Leonard-ek zera egiaztatu zuen experimentalki: emititzen den elektroik baten energia argiaren intentsitatearekiko independentea zela. Baina hor ikusitako ekuazioan ez dago hori bakarrik; beste gauza batzuk ere egiaztatu behar dira:

$V$ -ren eta  $\nu$ -ren arteko erlazioaren linealtasuna eta lerroaren malda, adibidez, Planck-ek aurkitutako  $h$ -ren balioarekin ados ote zegoen. Datuak maiztasun-espektru zabal batean eskuratzeko, erabilitako metalaren lan-funtzioaren balioak txikia izan behar zuen. Hori dela eta, erabili behar zen metalak alkalinoa izan beharko zuen.

Metal alkalinoen erabilerak oztopo batzuk zituen. Halaz ere, oztopo guzti horiek R. A. Millikanek gaingitu zituen. Honek metal alkalinozko gainazal huts eta garbi bat lortu zuen, eta gainazal hori maiztasun desberdineko argi monokromatikoen bidez argitu zuen. Maiztasun bakoitzeko korrante fotoelektrikoa

ahitzeko behar zen potentzial atzeragarriaren balaioa neurtu zuen Millikanek. Neurketa horien bidez,  $v$ -ren eta  $\nu$ -ren arteko erlazioa benetan lineala zela frogatuta geratu zen. Eta, bide batez,  $h$ -ren balioa kalkulatu zuenean, azken hau  $6,56 \cdot 10^{-27}$  erg-seg-koa zela aurkitu zuen. Balio hau eta beste bide guttiz desberdin batez Plack-ek aurkitua zeukana (hots,  $6,626 \cdot 10^{-27}$  erg-seg) nahiko ados zeuden.

Lan hauek zirela eta, teoria fotoelektrikoaren oinarria guttiz ondo finkatuta geratu zen.

## LERRO-ESPEKTROAK ETA BOHR-EN ATOMOA

Energiaren kuantifikazioaren froga argi bat lerro-espektroak ziren (lurrin gorietatik emititzen den argiak dituen maiztasun bereziak). Halaz ere, bi fenomeno hauen arteko erlazioa ez zegoen begien bistan. Erlazio hori ezagutu baino lehen lerro-espektroak elementuak identifikatzeko erabili izan ziren, eta elementu batek emititzen duen erradiazioaren uhin-luzera emango dituzten formulak aurkitzeko makina bat lan ere egin behar izan zen.

Baina horietariko saiakera askok, nahiz eta hidrogenoarekin (hots, elementurik xinpleenarekin) probatu, porrot egin zuen. Porrot horren kausa hauxe zen: espektroek serie desberdinetako lerro-talde asko dute alde batetik; eta, bestetik, maiztasunak sistema oszilatzaile klasiko baten harmonikoak bezala erlazioaturik egongo liratekeela pentsatzen zuten.

1885. urtean, aurrez pentsatu gabeko ideekin jokatu ohi zuen J. J. Balmer geometri irakasleak ondoko formula hau eman zuen.

$$\lambda_n = 3645,6 \left( \frac{n^2}{n^2 - 4} \right) \cdot 10^{-8} \text{ cm} \quad (n = 3, 4, 5, \dots) \quad (8)$$

formula honek hidrogeno atomikoaren baitako lerro batzuren uhin-luzera egokiak eman zituen.

1890. urtean, lerro gehiago emateko Balmer-en ekuazioa nola orokortu behar zen aurkitu zuen Rydberg-ek. Honek honela berridatzi zuen aurreko formula hura:

$$k_n = \frac{1}{\lambda_n} = 27430 \left( 1 - \frac{4}{n^2} \right) \text{ cm}^{-1} = R \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = 3, 4, 5, \dots) \quad (9)$$

hemen,  $R$  hori Rydberg-en konstantea da; bere balioa  $109720 \text{ cm}^{-1}$  da.

Formula honela idaztean, beste serie batzuren existentzia suma dezakegu. Serie hauen formulak hauek izan zitezkeen:

$$k_{n',n} = R \left( \frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n = n' + 1, n' + 2, \dots) \quad (10)$$

Hidrogenoarentzat 1908. urtean aurkitu zuen Lyman-ek  $n' = 1$  balioari dagokion seriea (ultramorean) eta Paschen-ek  $n' = 3$ -ri dagokiona (infragorrian).

Formula hauek ulertzeko edo adierazteko, eta beste espektro-lerroei dagozkien erlazioak aurkitzeko, atomoaren egiturazko eredu bat eskuratu beharra agertu zen orduan.

Egin ziren ereduaren artean, lehenengo eredu razionala J. J. Thomson-ek egin zuen hartan daukagu; bertan, positiboki kargatuta dagoen esfera handi batean banatuta daude elektroioak, mahaspasak tarta batean sartuta daudena- ren antzera. Eredu hori erabiliz, Thomson-ek elektroien bibrazio-modu batzuk kalkulatu zituen. Modu hauen zenbait maiztasun eta aurkitutako espektro-lerroenak ados zeudela ikusi zuen.

Baina, eredu horren kaltean, beste aztarna batzuek ere agertu ziren: atomoaren karga positibo osoak, adibidez, atomoa baino askoz txikiagoa den nukleo batean egon beharko lukeela ikusi zen. Ordurarteko ereduaren emaitzen zehaztasuna kasualitate huts bat zen beraz.

Eztabaida honi Lord Rutherford-el eman zion irteera: metal-xafla mehe batean barrena alfa partikula batzuk pasa eraztean hauetariko batzuk  $90^\circ$  edo gehiago desbidatzen ziren, eta hau ezin zen estatistikoki desbidazio txikiagoen segida baten ondorioa izan; horrela izango balitz, desbidazio txikiago horiek (hots,  $0^\circ$ -takoaren eta  $90^\circ$ -takoaren tartekoak) azaldu beharko ziratekeen orobat, baina ez ziren behar adinbaterako kopuruan agertzen. Beraz, angelu oso handiko desbidazio batek talka bakar baten ondorio izan behar zuen, talka arraro batena, eta talka honetan atomoak alfa partikulari indar izugarri bat egin beharko zion.

Coulomben legea erabiliz agertzen zen bezalako indar bat edukitzeko, atomoaren karga positibo osoak eta bere masaren parte handienek  $10^{-12}$  cm baino txikiagoko erradioko esfera batean egon beharko lukete. Karga positiboak egiten duen indarrak Coulomben legea karga-hedapenaren kanpo aldean betetzen du, baina sortutako indarra txikiagoa da partikula-hedapenean barnerantz sartu ahala. Beraz, indarraren balio maximoa hedapenaren gainazalean agertzen da. Baina, karga positiboaren hedapena atomo osoarena bezain handia izango balitz ( $r \simeq 10^{-8}$  cm) sortutako indarrak txikiegiak izango lirateke ikusitako desbidazioak agertarazteko. Rutherford-ek beste eredu bat eraiki zuen. Honetan karga positibo osoa nukleo oso txiki batean metatuta dago. 1913. urtean Geiger-ek eta Marsden-ek hipotesi hori egiaztatu zuten.

## BOHR-EN ATOMOA

Atomoak nukleo positibo oso txiki bat erdi aldean baldin badauka eta bere inguruan elektroioak bolumen askoz handiago batean hedatuta badaude, berehala sortzen den galdera hauxe da: zergatik ez dira elektroioak nukleoraino jausten? Eta berehalako erantzuna eman dezakegu: elektroioak, sistema eguzti-tarreako planeten antzera, orbitetan higitzen dira eta dagoen indar elektrostati-

koak, indar grabitatorioak bezala, karratuaren alderantzizkoaren legea betetzen du. Baina, erantzun honekin ez dugu aski: orbita batean elektroia beti azeleraturik dago eta orduan, elektrodinamika klasikoaren arabera, uhin elektromagnetikoak jaurtiki beharko lituzke; beraz, energia galduko luke eta nukleorantz eroriko litzateke.

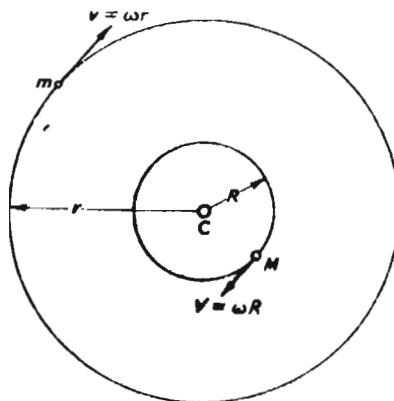
1913. urtean Niels Bohr-ek hiru suposaketa egin zituen; horien arabera, esandako oztopoa garbitua geratzen zen eta honela hidrogenoarentzako Rydberg-en formula atera ahal izan zuen. Hiru suposaketak hauexek dira:

1. Elektroiak orbita zirkularretan higitzen dira atomoaren masa-zentruaren inguruan.
2. Posible izan daitezkeen orbitetan, atomoaren masa-zentruarekiko elektroia-aren momentu angeluarra  $h/2\pi$ -ren multiplo osoa da (momentu ageluarra,  $I$  inerti momentuaren eta  $\omega$  abiadura angeluarren arteko biderkadura da, hain zuzen).
3. Erradiazioa, elektroia orbita batetik energia txikiagoko beste orbita posible batera jausten bada bakarrik gertatzen da. Bi orbita horien arteko  $\Delta E$  diferentzia, Einstein-en baldintzaren arabera,  $\nu = \Delta E/h$  maiztasuneko fotoi baten moduan erradiatzen da.

Suposaketa hauek egin baino lehen, hidrogeno atomoak elektroia bakar bat zuela adierazi zuen Bohr-ek; baieztape hau, gaur egun edonork onartu arren, garai hartan ez zen hain gauza nabaria.

Suposaketa horietatik Rydberg-en formula lortzeko, ondoko bide hau eraman behar da: hasteko, 1. eta 2. suposaketak eta Newton-en 2. legea batera hartuz posible den  $n$ -garren orbitaren erradioa lor daiteke: Bedi  $M$  nukleoaren (protoi baten, kasu honetan) masa, eta  $m$  elektroia-arena. Elektroia eta nukleoa atomoaren masa-zentruaren inguruan daude, banan bana  $R$  eta  $r$  distantzietara, eta  $\omega$  abiadura angeluar batez higitzen dira (ikus irudia). Masa-zentruaren definizioa dela bide.

$$m \cdot r - M \cdot R = 0 \quad (11)$$



Momentu angeluarra zera da:

$$m\omega^2 r^2 + M\omega^2 R^2 = n\hbar \quad (12)$$

hemen,  $\hbar = h/2\pi$  dugu, eta  $n$  zenbaki oso bat da (2. suposaketa).

Elektroiaren gainean agertzen den indarra Coulomb-en legeak ematen digu, eta azken hau indar zentripetuarekin berdinduz:

$$m\omega^2 r = \frac{Z^2 e^2}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot (r+R)^2} \quad (13)$$

lortzen dugu.

$Z \cdot e^2$  zenbakitzailea zera da:  $Z$ -e nukleoaren kargaren eta  $e$  elektroiaren kargaren biderkadura. Hidrogenoaren kasuan,  $Z=1$  da; baina hemen era orokorrago batez idatzita dago, eta beste zenbait kasutan ere erabilgarria izan daiteke (helio ionizatuaren kasuan, adibidez).

Azken hiru ekuazio hauen artetik:

$$m\omega^2 r^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right) = n\hbar \quad (14)$$

$$m\omega^2 r = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 \left(1 + \frac{m}{M}\right)^2} \quad (15)$$

Eta bi hauetatik, zera dugu:

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{mZe^2} \quad (16)$$

Ekuazio honetan, konstanteen balioak ipiniz ondoko hau lortzen da:

$$r = 5,29177 \cdot 10^{-9} \text{ cm} \cdot \left(\frac{n^2}{Z}\right) \quad (17)$$

$5,29177 \cdot 10^{-9}$  cm hidrogenoaren atomoaren egoera normalaren erradioa da, eta Bohr-en lehenengo erradioa deritzogu; askotan,  $r_0$  batez adierazten dugu. Lortutako atomoaren diametroa eta lehen estimatu duguna ( $10^{-8}$  cm) nahiko ados daude.

Kalkula dezagun orain atomoaren energia. Horretarako, nukleoaren eta elektroiaren energia zinetikoari energia potentzial elektrostatikoko negatiboa batu behar diogu:

$$E_n = \frac{m\omega^2 r^2}{2} + \frac{M\omega^2 R^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi \epsilon_0 \cdot (r+R)} \quad (18)$$

eta, (11) ekuazioa erabiliz, R ezaba dezakegu:

$$E_n = \frac{m\omega^2 r^2}{2} \left(1 + \frac{m}{M}\right) - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \quad (19)$$

Ekuazio honek, (15)arekin batera jokatuz, zera esaten digu: lehen gaiari dagokion energia (energia zinetikoa) bigarrenari dagokiona (energia potentziala) baino bi aldiz txikiagoa dela, ondorio hau edozein orbita zirkular batentzat baliaigarria izanik. Beraz:

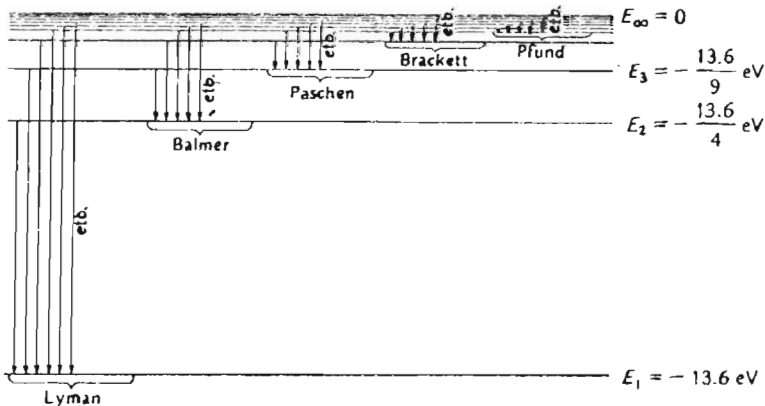
$$E_n = \frac{-Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \quad (20)$$

Ekuazio honetan r erradioaren balioa ipiniz (hots, (9) ekuazioan azaltzen dena) honako hau dugu:

$$E_n = \frac{-m_r Z^2 e^4}{32 \pi^2 \epsilon_0^2 n^2 \hbar^2} \quad (21)$$

hemen,  $m/(1 + m/M)$ -ren ordez  $m_r$  ipini dugu; honi "masa laburbildua" deritzogu.  $M \rightarrow \infty$  -rantz joaterakoan  $m_r \rightarrow m$ -ra doa. Hidrogenoaren kasuan  $M = 1836 m$  denez gero, masa laburbildua  $m_r = 1838 m/1837$  da eta, beraz,  $m_r$ -ren ordez  $m$  erabiltzen badugu, egiten dugun errorea 1837ren batekoa da.

Orduan, hidrogenoaren atomoaren energiak, Bohr-en ereduaren arabera, energi mailako diagrama batean azal daitezke (ikus irudia). Honetan,  $n$ -aren balioen arabera marrazten dira mailak. Diagraman agertzen diren geziek maila batetik bestera gerta daitezkeen jauziak adierazten dizkigute.



Elektroiak egoera normalean bete behar duen maila  $E_1$  da: hots, maila apalena. Eta, beraz, maila horri dagokion energia elektroia protoitik askatzeko behar dena da. Energia hau, elektroivoltatan, hidrogeno atomikoaren ionizazio-potenziala voltatan adinakoa da zenbakiz.

$E_1$ -en balioa (21). ekuaziotik atera daiteke.

Horretarako, konstanteen balioak ipini behar ditugu. Gure kasuan,  $e^2/4\pi\epsilon_0 c \hbar$  zenbaki dimentsiogabekoa da eta ia 1/137 da, zenbaki hori  $\alpha$  batez adierazten dugu eta egitura finaren konstantea deritzo. Honen bidez, (21). ekuazioak beste itxura hau hartzen du

$$E_n = -\frac{m_r c^2}{2} \cdot \frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} = -\frac{5,11 \cdot 10^5}{2} \cdot \left(\frac{1}{137}\right)^2 \frac{Z^2}{n^2} = -\frac{13,6 Z^2}{n^2} \text{ eV-tan} \quad (22)$$

Orain, 3. suposaketaren bidez erradiazio-maiztasunak lor ditzakegu, eta honela Rydberg-en formula atera beharko dugu.  $n$  maila batetik beste  $n'$  maila batera pasatzean erradiatzen den maiztasuna hauxe izango da:

$$\nu_{n',n} = \frac{E_n - E_{n'}}{h} = \frac{m_r c^2 \alpha^2 Z^2}{2h} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \quad (23)$$

$k_{n',n}$  uhin-zenbakia  $\nu_{n',n}/c$  da. Beraz, ekuazio honetan  $Z = 1$  egiten badugu eta

$$R = \frac{m_r c \alpha^2}{2h} \quad (24)$$

jartzen badugu ikusitako Rydberg-en formula irteten zaigu. Lortu dugun azken ekuazio honetan konstanteen balio ezagunak jartzean, hidrogenoarentzako Rydberg-en  $R_H$  konstantearen balioa lortzen dugu:

$$R_H = 109677,578 \pm 0,012 \text{ cm}^{-1}.$$

Balio hau eta behaketa estroboskopikoen bidez lortzen dena ados daude. Beraz, Bohr-en teoriak orduraino konstante empirikoa zen  $R$ -a konstante kalkularria bihurtu du.

Ikusitako (23). ekuazioa ez da hidrogenoarentzat bakarrik baliagarria; aitzitik, elektroia bateko edozein sistema batentzat ere bai (deuterioa, tritioa, helio ionizatua, litio bi aldiz ionizatua). Guzti horien espektroak ere jadanik lortuak izan dira, eta Bohr-en teoriarekin ados daude.

L. BANDRES