FELAPTON silogismoa dela eta

Aldizkari honen 18. zenbakian, nere adiskide den J. M. Goñi jaunak argitaratutako artikulua, "Silogismo eta Logika Matematikoa" titulua duena, benetan interesgarritzat hartzen dut: eta ez Goñi adiskideak erabiltzen duen gaiarengatik, baizik eta artikulu berean koloka uzten duen problemagatik, FELAPTON silogismoaren "froga matematikoa" alegia.

Aipatutako artikuluan, silogismo-modu batzuren demostrazioak logika kuantifikatzailearen bidez egiten dira.

Horretarako, silogismo bakoitzaren premisak Logika Matematikoaren hizkuntzara bihurtu ondoren, horietatik hasi eta proposamendu-segida formalizatu baten bidez konklusiora heltzen da.

Bide horretik BARBARA, DARII, CAMESTRES eta DATISI silogismoen frogantza egiten du Goñi jaunak.

Haatik, FELAPTON silogismoa frogatzerakoan ezintasunean aurkitzen da, berak aitortzen duenez.

Zergatik? Non datza ezintasun horren gakoa?

Asmakizun hau da, hain zuzen, artikulu honetan garbitu nahi nukeen gaia. Bai eta, bidenabar, silogismoei buruzko kontzeptu batzuk argitzea ere, irakurle batzurentzat alferrikakoa izango ez delakoa.

Izan ere Goñi adiskidearen hutsa, FELAPTON silogismoa demostratzeko aurkitu duen ezintasuna alegia, ez bide da kasualitate bat izan, sail honetan korapilo bat bait dago, egon ere, hurrengo lerroetan ikusiko dugunez.

1. FELAPTON silogismoa

FELAPTON silogismoaren eskema honako hau da:

Baldin:	inongo A ez bada B
eta:	A guztia C bada
orduan:	zenbait C ez da B

Logika kuantifikatzailearen hizkuntza erabiltzen badugu, FELAPTON silogismoak honako itxua hau hartzen du:

$$\forall x.\quad Ax \longrightarrow \neg Bx$$
$$\forall x.\quad Ax \longrightarrow Cx$$
$$\exists x.\quad Cx \wedge \neg Bx$$

Ikusten denez, bi proposamendu unibertsalak baldintza konektariaren bidez adierazten dira: baiezkoa, alegia,"A guztia C da", "$\forall x\ Ax \rightarrow Cx$" formularen bidez, eta ezezkoa, "inongo A ez da B", "$\forall x.\ Ax \rightarrow \neg Bx$" formularen bidez.

Bihurpen hori, ordea, ez da uste dugun bezain argia eta egokia izaten. FELAPTON eta beste silogismo batzuren frogapen-zailtasuna puntu honetik dator, etorri ere.

Silogismo horien baliogarritasuna nahiko eztabaidatua da logikarien artean. Gehienek baliodun tzat hartzen dituzte; ez guztiek, ordea, orain esango ditugun arrazoiak gatik.

Pentsaera hau argitzeko, beharrezkoa dugu aldez aurretik baldintza konektakari egiten zaizkion kritika batzuk behar den bezala aztertzea.

2. Baldintzaren paradoxak

Guztiok dakigunez, "$p \rightarrow q$" baldintza konektariaren taula honako hau da

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Taula hau eta konjuntzio konektariaren taula erkidetuz

$$(p \rightarrow q) = \text{def } (\bar{p} \vee q)$$

idazten da.

Hau dela eta, baldintza ez da egiazko inplikaziorik izaten, disjuntzio huts bat baizik.

Inplikazioak, berez, *dedukzio* ideia adierazten du, proposamenduren batetik beste proposamendu bat atera daitekeela alegia.

Baldintzak, ordea, ez du beti adierazpen hau betetzen. Adibidez,

$$"x + 4 = 5" \longrightarrow "x = 5 - 4"$$

egiazko dedukzio bat da, bigarren formula kalkulu-erregelen arabera atera bait daiteke lehenengotik.

Ordea,

$$"2 + 3 = 5" \longrightarrow "\text{Lurra borobila da}"$$

baldintza, egia izan arren, ez da egiazko inplikazio bat, lehenengo proposamendutik ez bait dago bigarrena ateratzerik.

Izan ere, bi proposamenduek ez dute elkarrekin zer ikusirik.

Beste paradoxa bat badugu halere, FELAPTON istilurako garrantzi handiagoa duena.

Eman dezagun "$p \rightarrow q$" baldintzaren lehenengo proposamendua faltsua dela.

Kasu honetan, bigarren proposamenduari begiratu gabe, baldintza hori egia dela baiezta dezakegu. Izan ere, bigarren proposamendua egia nahiz faltsua izan, berdin du, taulan ikusten denez "FV" eta "FF" kasuak egia bait dira. Lasai esan daiteke, beraz, proposamendu faltsu batetik nolanahiko proposamendua atera daitekeela, nahiz hori hizkuntza arruntaren arabera absurdua izan.

Esate baterako, "*x* zenbaki arrunta bere karratua baino handiagoa bada, *x* zenbaki arruntaren seikoitza, *6 x* zenbakia alegia, lehena da".

Bistan dagoenez, baldintza honen ondorea faltsua da. Hala eta guztiz baldintza bera egia da, lehenengo proposamendua ez bait da inola ere betetzen.

Beraz, delako "*x* zenbaki arrunta bere karratua baino handiagoa da" proposamendua "Ax" notazioaz aurkezten badugu, eta "*6 x* lehena da" proposamendua "Bx" notazioaz aurkeztuz gero,

$$\forall x. \qquad Ax \longrightarrow Bx$$

baldintza unibertsala *egia da*, nahiz eta "Bx" faltsua izan.

Paradoxa hau piska bat garbitzeko, inplikazioaren bi interpretazioak aztertzea komeni da.

Lehenengo interpretazioa, adin interpretazioa edo interpretazio "konprentsiboa", klasikoa da, eta konzeptuen "nota" direlakoei begiratzen die. Bigarrenak, berriz, heda interpretazio edo interpretazio "extentsiboa", elementu-klase edo multzoak erabiltzen ditu inplikazioaren interpretazioa argitzeko.

Logikarien artean bi jarrera aurkitzen dira. Joera filosofikoa duten logikariak lehenengo interpretaziora makurtzen dira. Modernoak berriz, zientzilari, matematikari eta logika matematikoaren sailekoak alegia, bigarrena hobesten dute.

Heda-interpretazioak kontzeptuen notak kontuan izaten ditu, esan dugunez.

Adibidez,

$$\text{"x gizona da"} \longrightarrow \text{"x hilkorra da"}$$

inplikazioa frogatzeko, "gizon" kontzeptua aztertzen du eta, kontzeptu honen "noten" artean hilkortasun kontzeptuarena badagoenez, beharrezkoa da gizon guztiak hilkorrak izatea. Alegia,

$$\text{N O T "hilkor"} \subset \text{N O T "gizon"}$$

erlaziotik dator, hain zuzen ere

"gizon guztiak hilkorrak dira"

proposamendua.

Ikuspuntu metafisiko hau, gaur eguneko pentsalarientzat ez omen da oso egokia.

Bertrand Rusell-en heda-interpretazioaz, bestelako bideetatik gabiltza orain. "Px" proposamendua betetzen duten "x" elementuen multzoa "klase" gisa hartzen du honek, eta

$$\forall x. \quad Ax \rightarrow Bx$$

egiaztatzeko

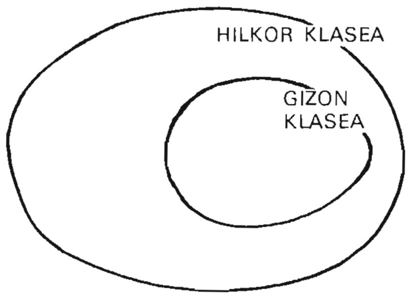
$$\text{K L A S "Ax"} \subset \text{K L A S "Bx"}$$

partekotasun-erlaziora jotzen du.

Beraz, "gizon guztiak hilkorrak dira" proposamendua

$$\text{"GIZON KLASEA"} \subset \text{"HILKOR KLASEA"}$$

erlazioan oinarritzen da. Bere Venn diagrama honako hau da:



Interpretazio honen arabera, gure lehengo paradoxa erraz erakusten da.

Izan ere, "Ax" proposamendua ezina bada

$$\text{KLAS} \quad \text{"Ax"} = \varnothing$$

berdintza lortzeko dugu. Baina

$$\varnothing \subset \text{KLAS} \quad \text{"Bx"}$$

partekotasuna nahi eta nahiezkoa denez gero,

$$\forall x. \quad Ax \rightarrow Bx$$

inplikazioa betetzen da edozein "Bx" proposamendutarako.

Are gehiago, bi proposamenduak, "Ax" eta "Bx" proposamenduak alegia, faltsuak baldin badira

$$\varnothing \subset \varnothing$$

partekotasuna egia denez gero.

Paradoxa honek garrantzi handia du FELAPTON silogismoaren interpretazioako, segidan erakutsiko dugunez.

3. Kontraexenplu bat

Logika koantifikatzailearen interpretazioaz FELAPTON silogismoa frogaezina da; arrazoi sinple batengatik hain zuzen: bera faltsua delako —logika horren planteamenduaren arabera behintzat.

Faltsotasun hau frogatzeko nahikoa da, izan ere, kontraexenplu bat aurkeztea.

Hona hemen kontraexenplu hau:

BALDIN bere karratua baino handiagoa den inongo zenbaki arrunt bikoitza ez bada...

ETA bere karratua baino handiagoa den zenbaki guztiak 4-ren multiploak badira.

ORDUAN zenbait 4-ren multiplo ez da bikoitza.

Logika koantifikatzailearen notazioa erabiliz, eman ditzagun honako proposamendu hauek:

"Ax": "*x* zenbaki arrunta bere karratua baino handiagoa da".

"Bx": "x zenbakia bikoitza da".

"Cx": "x zenbakia 4-ren multiploa da".

Notazio honetaz, lehengo silogismoa

$$\begin{array}{ll} \forall x. & Ax \longrightarrow \neg Bx \\ \forall x. & Ax \longrightarrow Cx \\ \hline \exists x. & Cx \wedge \neg Bx \end{array}$$

moduan idazten da. Dakigunez, "K L A S *Ax*" hutsa da. Beraz, bi premisak egia dira. Ondorea ordea faltsoa, bistan dagoenez.

Beraz, derrigorrezkoa da FELAPTON silogismo hau faltsoa dela onartzea.

Hala eta guztiz, logikari gehienek FELAPTON silogismoaren baliagarritasuna onartzen dute.

Non dago istilu honen gakoa? Gure iritzia segidan azalduko dugu.

4. FELAPTON silogismoaren gakoa

"Existentziari buruz ezer esaten ez duten proposamendu batzuetatik ezin daiteke inolako esistentziarik atera."

Erregela hau logikari guztiek onartzen dute.

Proposamendu unibertsalek, berez, ez digute existentzial baten esistentizaren segurantzarik ematen.

Exenplu bezala, Blanché logikariak honako proposamendua aipatzen du:

"A Crowland toutes les voitures ont des roues d'argent"

proposamendu honek zer esan nahi du benetan?

Har ditzagun honako proposamendu hauk:

"Ax": "*x* Crowland-eko kotxe bat da".

"Bx": "*x* kotxeak zilarrezkoak gurpilak ditu".

Blanché jaunaren proposamendua, Logika koantifikatzailearen notazioaz, honela idazten da:

$$\forall x. \quad Ax \rightarrow Bx$$

Baina, inork ez du esan Crowland hirian inolako kotxerik existitzen denik. Alegia, inork ez du esan

$$\exists x. \quad Ax \wedge Bx$$

proposamendua egia denik.

Beraz, Blanché-ren proposamenduak bi irtera ditu: batetik proposamendua egia izatea, eta beraz hiri horretan kotxeek zilarrezko gurpilak izatea; bestetik, hiri horretan batere kotxerik ez izatea. Logika matematikoaren aldetik, bi irterak baliagarriak dira inolako dudarik gabe.

Lehenengo interpretazioa azaldu nahi badugu, bi proposamenduak erabili behar ditugu batera, lehenengoa unibertsala izanik ez bait da gauza Crowlandeko kotxeen existentza baiezteko.

Baldin lehenengoa bakarrik ematen badigute,

$$\text{“}\forall x. \quad Ax \rightarrow Bx\text{”}$$

proposamendua egia da eta, ezabapen-legearen arabera, badugu "Aa → Ba" idazteko eskubidea, ez ordea "Aa" idazteko.

Aristoteles-en silogismoaren teorian ez da eragozpen hau agertzen, berak "A guztia B da" esaten duenean *zenbait A esistitzen denekoa jakintzat hartzen duelako, esan beharrik ere gabe.*

Beraz, gaurko "$\forall x.\ Ax \rightarrow Bx$" ez da nahikoa Aristotelesen idea hura adierazteko. Gehigarri bat behar du, kasu batzutan behintzat. (BARBARA silogismoan, adibidez, gehigarri hori ez da beharrezkoa silogismoa frogatzeko, hiru proposamenduak unibertsalak direlako.)

Keen logikariak bi moduz egiten du gaineratze hau:

$$(\exists x. \quad Ax) \longrightarrow (\forall x. \quad Ax \longrightarrow Bx)$$

edo

$$(\exists x. \quad Ax) \wedge (\forall x. \quad Ax \longrightarrow Bx)$$

(Bigarrena iruditzen zait errozena, gure kasuan behintzat.)

FELAPTON silogismoaren bi premisak unibertsalak dira. Ondorea, ordea, existentziala da. Eman dugun erregelaren arabera hau ezinezkoa da eta, antzinakoen idea adierazi ahal izateko, eranskin bat gaineratu behar diogu lehenengo premisari.

Antzinakoen ideei zuzen-zuzen jarraituz, FELAPTON silogismoaren planteamendua honako hau da:

$$\frac{\begin{array}{l}(\exists x.\ Ax) \wedge (\forall x.\ Ax \longrightarrow \neg Bx)\\ \forall x.\ Ax \longrightarrow Cx\end{array}}{\exists x.\ \neg Bx \wedge Cx}$$

Planteamendu honekin guztiz erraza da silogismoaren froga. Hona hemen froga hau:

Lehenengo premisa osatua:	(1) $\exists x.\ Ax \wedge \forall x.\ Ax \longrightarrow \neg Bx$
(1) sinplifikazioa	(2) $\exists x.\ Ax$
(1) sinplifikazioa	(3) $\forall x.\ Ax \longrightarrow \neg Bx$
Bigarren premisa:	(4) $\forall x.\ Ax \longrightarrow Cx$
(2) espezifikazioa	(5) Aa
(5) (3) "modus ponens"	(6) $\neg Ba$
(5) (4) "modus ponens"	(7) Ca
(6) (7) konjuntzioa	(8) $\neg Ba \wedge Ca$
(8) generalizazioa	(9) $\exists x.\ \neg Bx \wedge Cx$

Esan dezagun, artikulu hau bukatzeko DARAPTI, FESPAMO eta BAMALIP silogismoak FELAPTON silogismoaren kasu berean aurkitzen direla, guzti horietan premisak unibertsalak bait dira eta ondorea partikularra. Arrazoi honegatik, hain zuzen ere, logikari batzuek ez dituzte lau horiek onartzen.

Ondoko DARAPTI exenplu hau Mill logikariak eman du, R. Blanché aipatuz:

(a) Tout dragon souffle des flammes

(a) Tout dragon es serpent

(i) Donc quelque serpent souffle des flammes

Silogismoa ondo eratua dago eta, berez, egia da, nahiz bere konklusioa faltsoa izan. Eta zergatik? Bat ere dragoirik ez dagoelako.

KARLOS SANTAMARIA ANSA