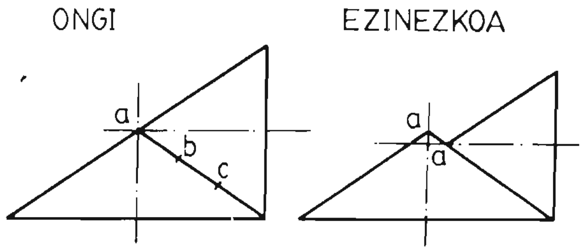
ENGRANAIA KONIKOAK

1. KONTZEPTU NAGUSIAK

Engranaia konikoen zeregina, elkar ebakitzen duten bi ardatzetan higidura transmititzea da.

Engranaia zilindrikoetan jatorrizko zirkuluak guztiz garrantzitsuak ziren bezalaxe, hemen jatorrizko konoek dute garrantzia. Lehen irudian ikusten denez bi engraneen jatorrizko konoek erpin bakar bat izan behar dute (bi ardatzek elkar ebakitzen duten puntua).



1. IRUDIA

Bi gurpil konikoek elkar engrana dezaten, jatorrizko konoek tangente izan behar dute elkarrekiko.

Engranaia konikoek, hortzen neurri eta formari dagokionez, engranaia zilindrikoen antzeko arauak dituzte. Beraz, modulu eta "pitch"ezko engranaiak egongo dira. Guk, hemen, moduluzkoak bakarrik aztertuko ditugu. Izan ere, "pitch"ezkoak moduluzkoak bezalaxe kalkula daitezke.

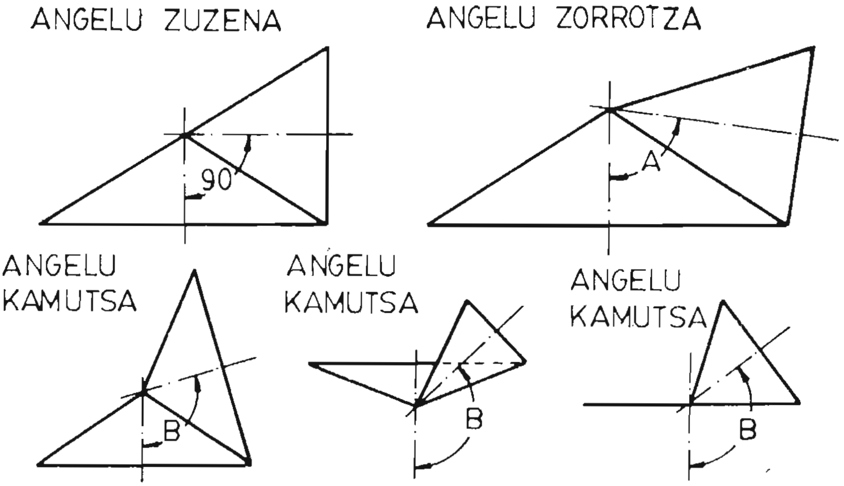
A) ENGRANAIA KONIKOEN MODULUA

Erraz asma daitezkeenez, engranaia koniko baten modulua aldakorra da. Ardatzek elkar ebakitzen duten puntuan modulua zero da, eta engranaiaren ertzean du moduluak baliorik handiena. Engranaia konikoaren modulua aipatzen denean, modulurik handienari buruz ari garela hartu behar da kontutan.

Bestetik, elkar ukitzen duten sortzaileen edozein puntutan (a, b, c, e.a.), bi gurpilen moduluak berdina izan behar du. Horregatik hain zuzen bi jatorrizko konoek erpin berbera izan behar dute.

B) ARDATZEN ARTEKO ANGELUA

Bi engrane konikoen ardatzek osatutako angelua, edozein eratakoa izan daiteke: zorrotza, zuzena ala kamutsa. Hori dela eta, engranai mota desberdinak egin daitezke. Ikus 2. irudia.



2. IRUDIA: Ardatzen arteko angeluak

C) KANPO-DIAMETROA

3. irudian ikus daiteke kanpo-diametroa. Konoak tornuz lantzeko, derriorrezkoa da kanpo-diametroa kalkulatzea.

D) KANPO-KONOA

Tornuz lantzen dena da; hortzen burua mugatzen duena. Engranaia hauetan, hortzak ez daude plano batetan, kono batetan baizik, 3. irudian ikus daitekeenez.

E) ANGELUAK

Engraneak tailatu baino lehen, kanpo-konoek angeluak ezagutu behar dira. Gainera, ondoko angelu hauek kalkulatu ohi dira: "a_R" jatorrizko angeluerdia, "a'_R" kanpo-konoaren erpineko angeluerdia eta "b" angelua (berdina da gurpilen eta pinoian. Ikus 3. irudia).

Engranaia konikoen marraketarako behar diren gainontzeko xehetasunak, aipatutako irudietatik jaso daitezke.

2. KALKULU GRAFIKOA

Eskalaz engranaien ebakidurak egoki marraztuz, angelu eta dimentsioak zuzenki neur daitezke marrazkian. Sistema hau, ordea, ez da zehatza eta ia ez da erabiltzen. Beraz, kalkulu trigonometrikoa da erabiliena, sistema erraza eta zehatza delako.

Engranaia konikoetan, engrane batek beste jakin bat bakarra du engranatzeko modukoa, engrane zilindrikoetan ez bezala. Izan ere engrane baten hortzkopurua aldatu nahi baldin bada, bi engrane konikoen angeluak ere aldatu egiten dira. Hori garbi ikusten da engraneen marraketa egiterakoan. Baita kalkulu trigonometrikoan ere.

3. KALKULU TRIGONOMETRIKOA

Kalkula ditzagun ardatzen artean 90°tako angelua osatzen duten engranaia konikoak.

Ondoko datu hauek ditugu:

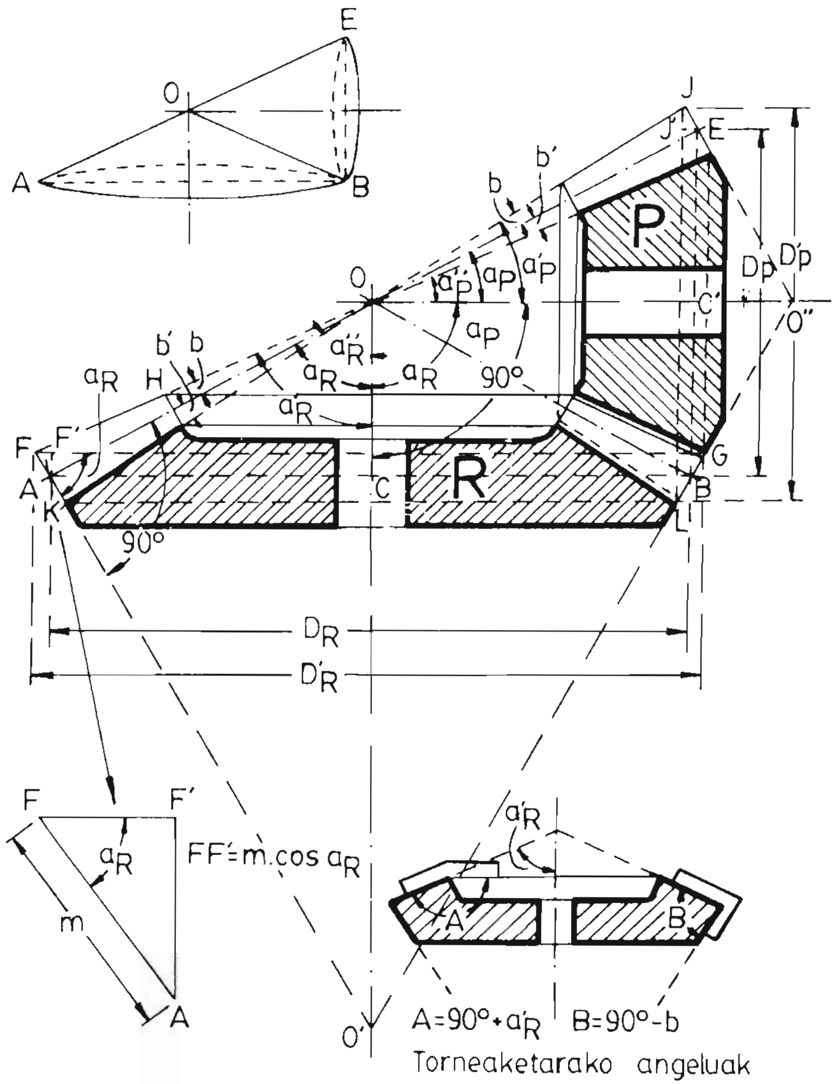
Z_R = gurpilaren hortz-kopurua

Z_p = pinoiaren hortz-kopurua

m = modulurik handiena (A puntuan)

3. irudie hartzen baldin badugu:

$$D_R = m \cdot Z_R$$
$$D_P = m \cdot Z_P$$



3. IRUDIA: Engranaia konikoen dimentsio nagusiak.

D_R eta D_P = jatorrizko diametroak.
D'_R eta D'_P = kanpo-diametroak.
FA = horzpuruaren altuera edo modulua.
AK = hortz-oinaren altuera edo 1,25 m.
m = modulua (AB eta BE zirkunferentziena).

FH = hortzaren luzera (gehienetan, hortz-neurrik handiena baino hiru bider handiago egiten da).
OAB eta OBE = jatorrizko konoak.
O'AB eta O''BE = Kono osagarriak.
OFG eta OLI = Kanpo-konoak.

Eta AOC triangeluan:

$$AC = OC \cdot tg\ a_R$$

Beraz,

$$tg\ a_R = \frac{AC}{OC} = \frac{1/2\ D_R}{1/2\ D_P} = \frac{D_R}{D_P} = \frac{m \cdot Z_R}{m \cdot Z_P} = \frac{Z_R}{Z_P}$$

Eta berean, OEC' triangeluan:

$$EC' = OC' \cdot tg\ a_P$$

Eta hortik,

$$tg\ a_P = \frac{EC'}{OC'} = \frac{1/2\ D_P}{1/2\ D_R} = \frac{D_P}{D_R} = \frac{m \cdot Z_P}{m \cdot Z_R} \quad \frac{Z_P}{Z_R} \qquad (1)$$

Beraz,

$$tg\ a_R = \frac{Z_R}{Z_P} \quad \text{eta} \quad tg\ a_P = \frac{Z_P}{Z_R}$$

Taula trigonometriko batzuren bitartez, erraz aterako ditugu a_R eta a_P angeluen balioak.

Garbi ikusten denez, angelu hauen tangenteen balioak, alderantzizkoak dira. Izan ere, bi angeluak osagarriak dira. Beraz, beren tangenteak ere bai. Bestetik, engrane baten hortz-kopurua aldatuz, bi engraneen angeluak aldatzen dira, lehen esan dugunez. Beraz, engrane batek beste jakin bakar bat du berekin engranatuko duena.

Kalkula dezagun orain gurpil eta pinoiarentzat balio berdina duen "b" angelua.

O A F triangeluan:

$$AF = OA \cdot tg\ b \quad \text{eta} \quad tg\ b = \frac{AF}{OA} = \frac{m}{OA} \qquad (2)$$

OA distantziaren balioa bi eratara kalkula daiteke. Batetik, OAC triangeluan Pitagoras-en teoremaz baliaturik:

$$OA^2 = AC^2 + OC^2 = (1/2\ D_R)^2 + (1/2\ D_P)^2 = \frac{1}{4} m^2 \cdot Z_R^2 + \frac{1}{4} m^2 \cdot Z_P^2 =$$

$$= \frac{1}{4} m^2 (Z_R^2 + Z_P^2)$$

Eta hortik:

$$OA = \frac{m}{2} \sqrt{Z_R^2 + Z_P^2}$$

Balio hau (2) ekuaziora eramanda,

$$tg\, b = \frac{m}{\frac{m}{2} \sqrt{Z_R^2 + Z_P^2}} = \frac{2}{\sqrt{Z_R^2 + Z_P^2}} \quad (3)$$

Bestetik, AOC triangelua hartuta: $AC = OA \sin a_R$ eta,

$$OA = \frac{AC}{\sin a_R} = \frac{1/2\, m \cdot Z_R}{\sin a_R} = \frac{m \cdot Z_R}{2 \sin a_R}$$

Baina a_R-ren balioa, (1) ekuaziotik dakigu, eta (2) ekuaziora eramanda:

$$tg\, b = \frac{m}{\frac{m \cdot Z_R}{2 \sin a_R}} = \frac{2 \sin a_R}{Z_R} \quad (4)$$

Behin "b" angeluaren balioa ezagutuz gero, kanpo-konoen angeluerdiak honela kalkulatzen dira:

$$a'_R = a_R + b \quad \text{eta} \quad a'_P = a_P + b \quad (5)$$

Fresetako makinaz tailaketa egiten denean, barne-konoen angeluerdiak ezagutzea komeni izaten da, eta:

OAK triangeluan,

$$AK = OA \cdot tg\, b' \quad \text{eta} \quad tg\, b' = \frac{AK}{OA} = \frac{1{,}25 \cdot m}{OA}$$

Lehen kalkulatu dugun OA-ren balioa ipinita:

$$tg\, b' = \frac{2{,}5}{\sqrt{Z_R^2 + Z_P^2}} \quad \text{edo} \quad tg\, b' = \frac{2{,}5 \cdot \sin a_R}{Z_R} \quad (6)$$

Beraz, barneko angeluerdiak,

$$a''_R = a_R - b' \quad \text{eta} \quad a''_P = a_P - b' \quad (7)$$

Kalkula ditzagun orain gurpil nahiz pinoiaren kanpo-diametroak

$$D'_R = D_R + 2 \cdot FF' \quad \text{eta} \quad D'_P = D_P = 2 \cdot JJ' \quad (8)$$

FF' eta JJ'-ren balioak kalkulatzeko, har ditzagun AFF eta EJJ' triangeluak.

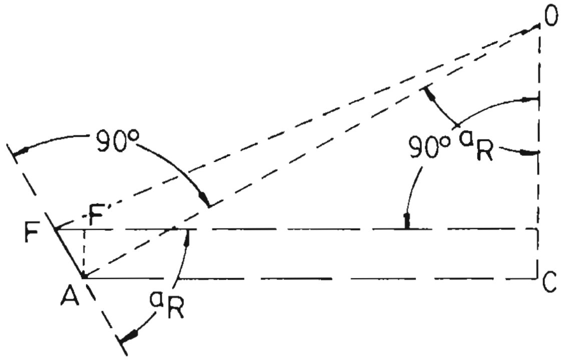
Geometrian ezaguna denez, bi angeluren aldeak elkartzutak baldin badira, bi angelu horiek berdinak dira.

AFF' triangeluan (ikus 4. irudia), AFF' angeluaren aldeak AOC angeluaren aldeekiko elkartzutak dira. Beraz, AFF' angelua eta a_R berdinak dira, eta AFF' triangeluan:

$$FF' = AF \cdot \cos a_R = m \cdot \cos a_R$$

Eta era berean EJJ' triangeluan:

$$JJ' = JE \cdot \cos a_P = m \cdot \cos a_P$$



4. IRUDIA: Angelu aldeberekoak

Eta balio hauek (8) ekuaziotara eramanda:

$$D_R' = D_R + 2\ m \cdot \cos a_R = m \cdot + 2\ m \cdot \cos a_R = m\ (Z_R + 2 \cos a_P) \qquad (9)$$

$$D_P' = D_P + 2\ m \cdot \cos a_P = m \cdot Z_P + 2\ m \cdot \cos a_P = m\ (Z_P + 2 \cos a_P)$$

Hortzaren FH luzera, ez da nolanahikoa izaten. Hortz-neurririk handiena baino hiru bider luzeagoa egitea gomendatzen da. Beraz:

$$FH = 3 \cdot m \cdot \pi \approx 10 \cdot m$$

Hau da hain zuzen ardatzen artean 90°tako angelua osatzen duten engranaia konikoen kalkulu trigonometrikoa egiteko era, eta laburpen gisa, formularik garrantzitsuenak ipintzen ditugu ondoan:

$$D_R = m \cdot Z_R \qquad \text{tg}\ a_R = \frac{Z_R}{Z_P} \qquad \text{tg}\ a_P = \frac{Z_P}{Z_R}$$

$$D_P = m \cdot Z_P$$

$$a'_R = a_R + b \qquad \operatorname{tg} b = \frac{2}{\sqrt{Z_R^2 + Z_P^2}} \qquad \operatorname{tg} b = \frac{2 \sin a_R}{Z_R}$$

$$a'_P = a_P + b$$

$$a''_R = a_R - b' \qquad \operatorname{tg} b' = \frac{2{,}5}{\sqrt{Z_R^2 + Z_P^2}} \qquad \operatorname{tg} b' = \frac{2{,}5 \sin a_R}{Z_R}$$

$$a''_P = a_P - b'$$

$$D'_R = m\,(Z_R + 2 \cos a_R)$$

$$D'_P = m\,(Z_P + 2 \cos a_P)$$

A) ARDATZEN ARTEKO ANGELUA ZORROTZA EDO KAMUTSA DENEAN, ENGRANAIA KONIKOEN KALKULU TRIGONOMETRIKOA

Berez, lehen atera ditugun formuletatik, tg a_R eta tg a_P-ri dagozkienak bakarrik aldatzen dira.

1.—*Ardatzen arteko ϑ angelua zorrotza denean*

$$\vartheta = a_R + a_P$$

Eta

$$\operatorname{tg} a_R = \frac{\sin \vartheta}{\frac{Z_P}{Z_R} + \cos \vartheta} \quad ; \quad \operatorname{tg} a_P = \frac{\sin \vartheta}{\frac{Z_R}{Z_P} + \cos \vartheta} \qquad (10)$$

2.—*Ardatzen arteko ϑ angelua kamutsa denean*

$$\vartheta = a_R + a_P$$

Eta

$$\operatorname{tg} a_R = \frac{\sin (180^\circ\text{-}\vartheta)}{\frac{Z_P}{Z_R} - \cos (180^\circ\text{-}\vartheta)} \quad ; \quad \operatorname{tg} a_P = \frac{\sin (180^\circ\text{-}\vartheta)}{\frac{Z_R}{Z_P} - \cos (180^\circ\text{-}\vartheta)} \qquad (11)$$

Angelua zorrotza edo kamutsa izan, D_R eta D_P diametroak angelua zuzena denean bezalakoxeak dira. "b" eta "b'" angeluak, (4) eta (6) formulak erabilita kalkulatzen dira (lehengo (3) formula ez dago erabiltzerik). a'_R eta a'_P, berdintsu kalkulatzen dira, eta kanpo-diametroak ere bai, (9) formulen bidez.

Bigarren irudian ikusten denez, ϑ angelua 90° baino handiagoa denean, a_R angelua zuzena ala kamutsa izan daiteke. a_R angelua zuzena baldin bada, tg a_R infinito da, eta formulako izendatzailea, zero. a_R angelua kamutsa baldin bada, tg a_R-k balio negatiboa izango du. Beraz trigonometrian garbi ikusten denez, tg $(180^\circ - a_R)$ da balio negatiboa ematen duena, eta hortik erraz ateratzen da a_R zenbat gradutakoa den.

Bestetik, beti gertatzen da ondoko ekuazioa:

$$\vartheta = a_R + a_P$$

4. ENGRANAIA KONIKO ESPIRALAK

Engranaia konikoak, engranaia helikoidalek dituzten legeen arabera ere egin daitezke. Baina hortzen forma ez da helikoidala, espiral konikoa baizik. Horregatik deitzen zaie engranaia koniko espiralak.

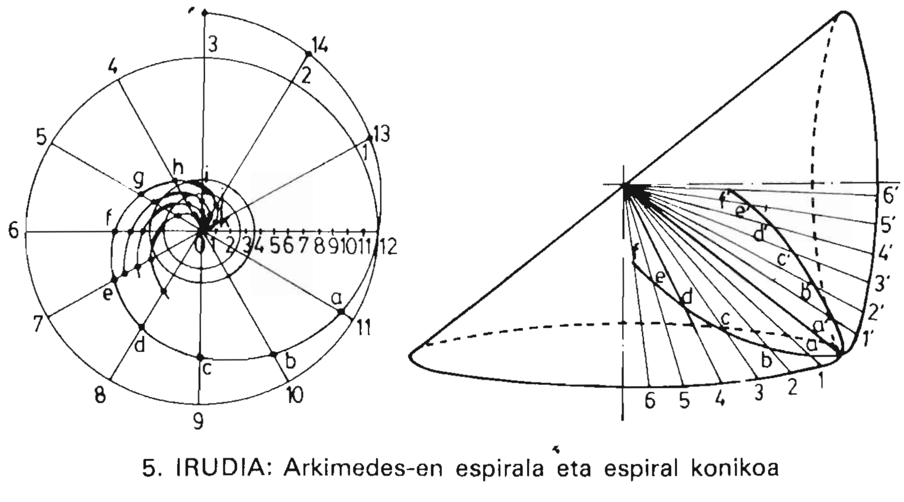
A) ESPIRAL KONIKOA

Kono baten azalean marratutako lerro makurra da. Lerroa konoaren erpinean hasten da, eta oinarrira Arkimedes-en espiralaren arabera projektatzen da.

B) ARKIMEDES-EN ESPIRALA

Higidura uniformez puntu bat zuzen batetan higitzen denean, eta aldi berean zuzena higidura uniformez bere puntu batekiko biratzen denean, Arkimedes-en espirala deskribatzen da.

5. irudian, Arkimedes-en espirala marratu da, engranaia koniko espirala nola sortzen den erakutsiz.



5. IRUDIA: Arkimedes-en espirala eta espiral konikoa

Garbi ikusten denez, Arkimedes-en espirala eta espiral konikoa, beren definiziotan oinarriturik marraztu dira.

Bi engrane koniko espiralen jatorrizko konoak marratzeko, oinarriko zirkunferentziak zati berdinetan banatzen dira, bata bestearengan biratzerakoan bataren zatiketa-puntuak bestearen zatiketa-puntuekin bat datozelarik.

Puntu horietara doazen sortzaileak hartu eta a1 = a'l, b2 = b'2 = 2 · a1, c3 = c'3 · a1, e.a. distantziak ipintzen dira bertan. Horrela lortutako puntuekin, espiral konikoak lortzen dira, eta horien zatiz osatzen da hortzen forma.

Engranaia koniko helikoidalak makina berezitan egiten dira, eta gero eta erabiliagoak dira (automobilgintzan adibidez). Engranaia helikoidalen abantailak dituzte (isilagoak dira funtzionamenduan, abiadura handiagotan ibil daitezke, e.a.), baina zailak eta garestiak dira mekanizatzeko.

IÑAKI AZKUNE

HIZTEGIA

abiadura = velocidad
alderantzizko = inverso
angelu aldeberekoak = ángulos correspondientes
angelu osagarri = ángulo complementario
elkartzut = perpendicular
erpin = vértice
fresatzeko makina = máquina fresadora
higidura = movimiento
higidura uniforme = movimiento uniforme
hortz-kopuru = número de dientes
hortz-neurri = paso entre dientes
hortz-oin = pie de diente
horzpuru = cabeza de diente
izendatzaile = denominador
jatorrizko angeluerdi = semiángulo primitivo
jatorrizko diametro = diámetro primitivo
jatorrizko kono = cono primitivo
jatorrizko zirkulu = círculo primitivo
kamuts (angelua) = obtuso (ángulo)
kanpo-diametro = diámetro exterior
kanpo-kono = cono exterior
kono osagarri = cono complementario
lerro makur = línea curva
modulu = módulo (de engrane)
pinoi = piñón
sortzaile = generatriz
zorrotz (angelua) = agudo (ángulo)
zuzen (angelua) = recto (ángulo)

IÑAKI AZKUNE