

## MATEMATIKAREN ADIBIDE METODOLOGIKO BAT

Ekuazioen askaketan erabiltzen diren propietateen artean "uniformetasun-propietatea" da garrantzitsuena; propietate honen ondorengo bi kasuak dira aipagarrienak gure helburuetarako.

BATUKETAREN UNIFORMETASUN-PROPIETATEA:

$$\begin{array}{l} a = a \\ \swarrow \searrow \\ a + b = a + b \end{array}$$

BIDERKAKETAREN UNIFORMETASUN-PROPIETATEA:

$$\begin{array}{l} a = a \\ \swarrow \searrow \\ a \cdot b = a \cdot b \end{array}$$

Propietate hauek ondorengo modu honetan aplikatzen dira ekuazioetan:

$x + a = b$	Batuketaren	$x \cdot a = b$	Biderkaketaren
$x + a + \bar{a} = b + \bar{a}$	uniformetasun-	$x \cdot a \cdot \frac{1}{a} = b \cdot \frac{1}{a}$	uniformetasun-
$x = b + \bar{a}$	propietatea	$x = \frac{b}{a}$	propietatea

Dena dela, eta hasiera batean, errazagoa da, intuitiboagoa denez, propietate hauek beste modu batez lantzea.

**BERDINTZA BALIOKIDEAK:** alde batean "batutzen" ari dena bestean "kentzen" jarri beharko da, eta alderantziz.

$$\begin{array}{c} x + a = b \\ \updownarrow \\ x = b - a \end{array}$$

**BERDINTZA BALIOKIDEAK:** alde batean "biderkatzen" ari dena bestean "zazitzen" jarri beharko da, eta alderantziz.

$$\begin{array}{c} x \cdot a = b \\ \updownarrow \\ x = \frac{b}{a} \end{array}$$

Idea hauek lantzeko prestatu dugu ondorengo lantxo hau. Hemen azaltzen dena lan zabalago baten zati bat besterik ez da. Lan hau Basikaren 7. kurtsoan erabiltzen da, 12-13 urtetako neska-mutikoeekin.

Lan hau **AKTIBITATE** deituriko zatietan dago banatua, zati bakoitzari egiteko berezi bat dagokiolarik. Saia gaitezen egiteko hori esplikatzin:

**ESPERIENTZIAK:** Aktibitate hauetan idea oinarritzkoenak ematen dira eta idea hauetaz baliaturik "hari logikoaren" muturra eskuratzen dugu. Hemendik aurrera haritik tiratuz eraikiko ditugu kontzeptuak. Bere izenak, esperientziak, esaten duen bezala, itxura intuitibo bat ematen saiatuko gara. Hurbilketa xehe batez hasi nahi dugu gaia lantzen, matematika inдукtiboaren bideetan.

Esperientzia —12—: Berdintza baliokideen definizioa.

Batugaiaren kasua aztertzen dugu.

Esperientzia<sup>e</sup> —13—: Biderkagaiaren kasua.

Esperientzia —14—: Zergatik eta noiz gelditzen dira 0-a eta 1-a.

**IKERKETAK:** Hemen problemak planteatzen dira; libreagoa da "Esperientzia" baino, baina ez dago hain gidatua. Bestalde, hemen erantzunaren bila goaz. Erantzuna hari logikoaren azken muturra izango da. Egin nahi genuen bidea bukatu dugu eta lehen ezagutzen ez genituen propietate matematiko berrien jabe gara.

Ikerketa —3—: Puntu honetan, delako propietate hauek (uniformetasuna) lantzen dira. Horretarako galdekizun bat prestatu da.

Ikerketa —4—: Hemen, zenbaki bat gai matematikoa (batugai, biderkagai) ez denean berdintzaren beste aldera eramateko nola jokatu behar den planteatzen da. Hala egin da, hau izaten bait da oso hankasartze zabaldua ekuaizioen askaketan hasten direnen artean.

**IRAKURKETA:** Aktibitate hauetan ikasitakoa biltzen da, eta ikasteko moduan ipintzen. Idea guztien bilduma da aktibitate hau. Ikasleen lana idea hauek memorizatzea da, eta laburpenak nola egiten diren ikustea. Berez hemen ematen dena laburpen hori da.

Irakurketa -4-: Gauza gehiagorik ez da behar irakurketa zer den jakin ondoren. Landu nahi genituen ideak bildu ditugu aktibitate honetan.

**ARIKETAK:** Ariketen egitekoa zera da: idea guzti hauetan aritzea. Ez bait da nahikoa idea bat ulertzea guregan operatiboa izateko. Bigarren pauso bat eman behar da, idea hori erabili egin behar da egoera eta situazio desberdinetan eman ditzakeen laguntza guztiak ikusi ahal izateko.

Oharra: irudiak ondorengo aldizkarietatik hartu ditugu:

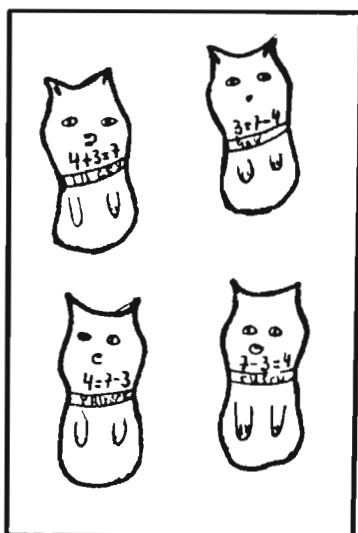
### MATHEMATICS TEACHING IPURBELTZ

#### ESPERIENTZIA -12-: Berdintza baliokideak.

Aldameneko katu hauek anai-arreben multzo bat osatzen dute.

Famili horretako elementuak (katuak) ez dira denak berdinak; izan ere, badute berezitasun komun batzuk.

Berdintasun guztiek bi propietate betetzen dituzte:



ZENBAKI BERDINEZ DAUDE OSATURIK.  
ZUZENAK DIRA.

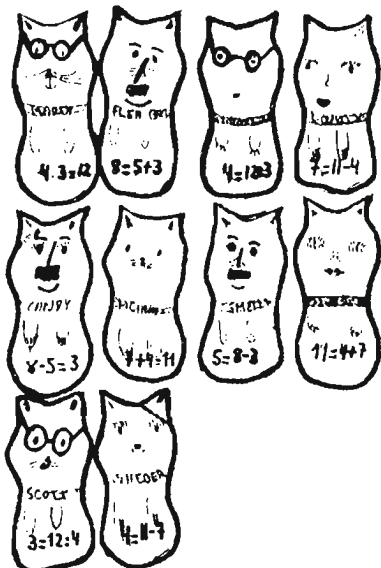
$$\begin{array}{c|c|c|c}
 4 + 3 = 7 & 3 = 7 - 4 & 4 = 7 - 3 & 7 - 3 = 4 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 7 = 7 & 3 = 3 & 4 = 4 & 4 = 4
 \end{array}$$

Bi propietate hauek betetzen dituzten berdintzak **BALIOKIDEAK DIRA**; familia berdineko elementuak.

KATUZABALBEITIA FAMILIA

## ARIKETAK:

1-Beheko honetan famili desberdinetako elementuak daude nahasturik. Bereiz itzazu.



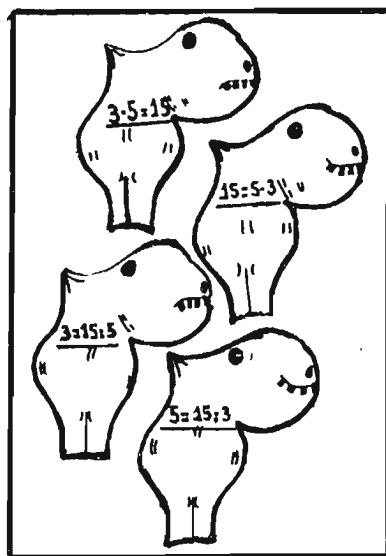
## ESPERIENTZIA -13-: Berdintza balio kideak

Aldameneko zaldi hauek ere familia berdinekoak dira.

$$\begin{array}{c|c|c|c}
 3 \cdot 5 = 15 & 15 = 5 \cdot 3 & 3 = 15 : 5 & 5 = 15 : 3 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 15 = 15 & 15 = 15 & 3 = 3 & 5 = 5
 \end{array}$$

Hemen ere lehen aipatutako propietateak betetzen dira:

*Zenbaki berdinez daude osaturik.  
Zuzenak dira.*



## IKERKETA -3-

Har ditzagun familia (baliokidetasun-klase) berdineko bi berdintza:

$$4 + 3 = 7 \longleftrightarrow 3 = 7 - 4$$

Berdintzaren alde batetik bestera zein elementu pasa da? .....

Zer aldaketa gertatu da elementu horretan? .....

Har ditzagun beste bi berdintza baliokide:

$$4 = 7 - 3 \longleftrightarrow 4 + 3 = 7$$

Berdintzaren alde batetik bestera zein elementu pasa da? .....

Zer aldaketa gertatu da elementu horretan? .....

Har ditzagun beste bi berdintza baliokide:

$$3 \cdot 5 = 15 \longleftrightarrow 5 = 15 : 3$$

Berdintzaren alde batetik bestera zein elementu pasa da? .....

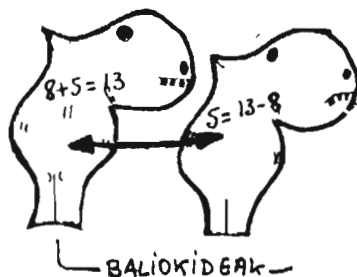
Zer aldaketa gertatu da elementu horretan? .....

Zein lege proposatuko zenuke berdintzaren alde batetik bestera elementuak pasatzeko?

## ARIKETAK

1.—Idatzi ondorengo berdintza bakoitzaren beste baliokide bat.

$$\begin{array}{l} 8 + 5 = 13 \longleftrightarrow \\ 7 - 2 = 5 \longleftrightarrow \\ 3 \cdot 6 = 18 \longleftrightarrow \\ 8 = 4 \cdot 2 \longleftrightarrow \\ 11 - 7 = 4 \longleftrightarrow \end{array}$$

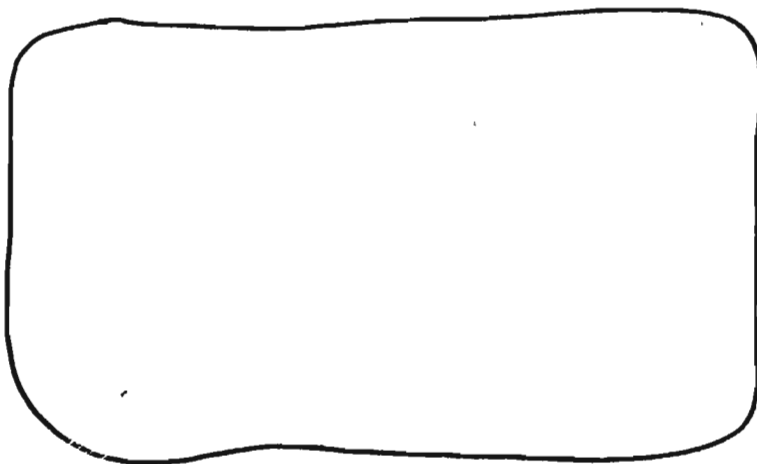


2.—Bi berdintza baliokideen artean ematen den pausoa ona da. Ez bada baliokideen artean ematen, berriz, pauso txarra da. Bereiztu ondorengoan artean onak eta txarrak.

$7 - 3 = 4$ ↓ $7 = 4 - 3$	$8 + a = 12$ ↓ $a = 12 - 8$	$6 : 3 = 2$ ↓ $6 = 2 \cdot 3$
$11 = 5 + 6$ ↓ $11 + 5 = 6$	$3 \cdot b = 12$ ↓ $b = 12 : 3$	$8 + 4 - 2 = 10$ ↓ $8 + 4 = 10 + 2$

3.—Sailkatu ondorengo berdintza hauek baliokidetasun-klasetan.

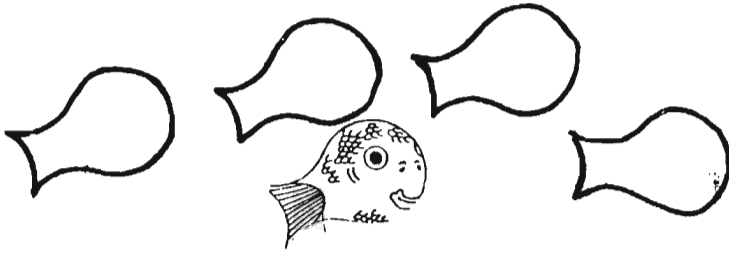
$$M = \{8 - 2 = 6, 5 + 2 = 7, 8 : 2 = 4, 6 + 2 = 8, 2 = 8 - 6, 2 = 7 - 5, 4 \cdot 2 = 8, 8 : 4 = 2\}$$



4.—Idatzi ahalik eta berdintza baliokide gehienak ondorengo multzo honetan aurkitzen diren elementuekin.  $M = \{4, 5, 9, 0, +, -, =\}$



Egizu gauza bera ondorengo multzo honen elementuekin:  $N = \{2, 5, 10, 1, \cdot, =\}$



5.—Idatzi ondorengo taula honetan adierazten diren berdintzak. Geroxeago baliokideak azpimultzotan bildu.

Berdintzaren ezker-atala			Berdintzaren eskuin-atala		
gaia	gaia	eragiketa	gaia	gaia	eragiketa
4	6	+	10	0	+
5	2	·	1	10	·
4	0	+	10	6	−
5	1	·	10	2	:
10	6	−	4	0	+
10	4	−	6	0	+
2	1	·	10	5	:
10	1	·	2	5	·
2	5	·	10	1	·

6.—Idatzi ondorengo berdintza bakoitzaren beste baliokide bat:

$$6 + 3 - 2 = 7$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$5 - 2 + 3 = 6$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$7 + 4 = 8 + 3$$

$$\frac{5 \cdot 3}{15} = 1$$





## IRAKURKETA -4- BERDINTZA BALIOKIDEAK

Azken lan hauetan ikusi dugun bezala berdintza baliokideak definitzeko bi ondorengo baldintza hauek eskatzen ziren:

ZENBAKI BERDINEZ OSATURIK EGOTEA  
ZUZENAK IZATEA

Bi baldintza hauek betetzen dituzten berdintzak baliokideak dira; eta beren artean ematen diren pausoak *PAUSO ONAK* deitzen dira.

Berdintzaren alde batetik bestera *GAI* bat eramateko ondorengo kasu hauei begiratu behar zaie:

1.—Pasa nahi den *GAI*A batzuten edo kentzen ari da.

- |  |   |                            |
|--|---|----------------------------|
| a) Batutzen ari bada, beste aldera kenduz<br>pasa behar da | } | BATUGAIAREN<br>PROPIETATEA |
| b) Kentzen ari bada, beste aldera batuz pasa<br>behar da   |   |                            |

2.—Pasa nahi den *GAI*A biderkatzen edo zatitzen

- |  |   |                               |
|--|---|-------------------------------|
| a) Biderkatzen ari bada, beste aldera zatituz<br>pasa behar da | } | BIDERKAGAIAREN<br>PROPIETATEA |
| b) Zatitzen ari bada, biderkatuz pasa behar<br>da beste aldera |   |                               |

Adibideak:

$$8 + 5 = 13$$

$$\begin{array}{c} \updownarrow \\ 5 = 13 - 8 \end{array}$$

$$12 = 14 - 2$$

$$\begin{array}{c} \updownarrow \\ 12 + 2 = 14 \end{array}$$

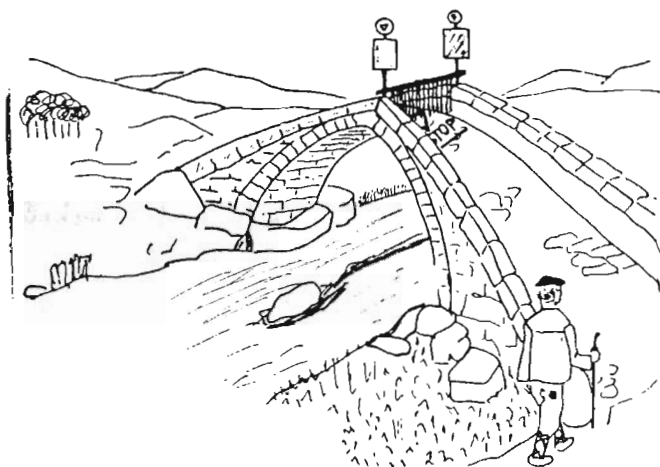
$$5 \cdot 3 = 15$$

$$\begin{array}{c} \updownarrow \\ 3 = 15 : 5 \end{array}$$

$$\frac{8}{4} = 2$$

$$\begin{array}{c} \updownarrow \\ 8 = 2 \cdot 4 \end{array}$$

**OHARRA:** Gaia ez den zenbaki bat ezin da alde batetik bestera pasa!!!!!!



Zubia pasatzeko ere lege batzuk bete behar dira. Horretarako jarri dira postea eta makila hori.

**ARIKETAK:**

1.—Aplika ezazu **BATUGAIAREN** propietatea, azpimarkatuak dauden gaiak berdintzaren beste aldera eramateko:

$$5 + \underline{2} = 9 - 2 \quad 5 \cdot \underline{3} - \underline{2} = 13 \quad 4 \cdot \underline{3} = \underline{10} + 2 \quad 7 - \underline{4} = 3$$

2.—Aplika ezazu **BIDEREKAGAIAREN** propietatea, azpimarkatuak dauden gaiak berdintzaren beste aldera eramateko:

$$5 \cdot \underline{3} = 15 \quad \underline{5} \cdot (7 - 4) = 15 \quad 6 - 4 = 8 : \underline{4} \quad 5 - 2 = 9 : \underline{3}$$

3.—Eraman ezazu beste aldera azpimarkatutako gaia, horretarako egokia den propietatea aplikatuz:

$$4 \cdot \underline{3} + 5 = 17 \quad 8 : \underline{4} = 1 + 1 \quad 12 - 6 = 3 \cdot 2$$

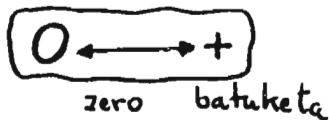
$$\underline{4} \cdot \underline{3} + 5 = 17 \quad 8 : \underline{4} = \underline{1} + 1 \quad 12 - 6 = \underline{3} \cdot 2$$

4.—Bereiztu pauso onak (baliokideen artean ematen direnak), eta txarrak. Onak linea itxi batez seinatu:

$9 : \underline{3} = 2 + 1$ $\downarrow$ $\underline{9} = (2 + 1) \cdot 3$	$9 : \underline{3} = 2 + 1$ $\downarrow$ $9 : (3 + 1) = 2$	$14 - 7 = 5 + 2$ $\downarrow$ $14 - (7 - 5) = 2$
$5 \cdot \underline{2} - 6 = 4$ $\downarrow$ $5 \cdot \underline{2} = 4 + 6$	$3 \cdot \underline{4} = 8 + 4$ $\downarrow$ $\underline{4} = (8 + 4) : 3$	$9 - 2 \cdot \underline{3} = 3$ $\downarrow$ $9 - 2 = 3 \cdot 3$

**ESPERIENTZIA -14-**

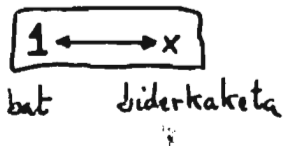
Berdintzaren atal batean zenbaki soil bat dagonean bi posibilitate daude:



a) zeroarekin batutzen dagoela onartzea:

$$7 - 2 = 5$$

$$7 - 2 = 5 + 0$$



b) batarekin biderkatzen dagoela onartzea:

$$7 - 2 = 5$$

$$7 - 2 = 5 \cdot 1$$

Segun nola kontsideratzen den halakoa beharko du izan beste aldera eramateko erabiliko den propietatea; hara nola:

$7 - 2 = 5$	$7 - 2 = 5 + 0$	$7 - 2 - 5 = 0$
$7 - 2 = 5$	$7 - 2 = 5 \cdot 1$	$(7 - 2) : 5 = 1$

**ARIKETAK:**

1.—Pasa ezazu beste aldera azpimarkatuak dauden gaiak.

$4 + 5 = \underline{9}$	$\underline{7} = 9 - 2$	$3 \cdot 2 = \underline{6}$
$\underline{12} = 8 + 4$	$3 \cdot 5 = \underline{15}$	$4 \cdot 3 - 1 = \underline{11}$

2.—Bereiztu pasau onak eta txarrak. (Pasau onak borobil baten barruan sartzen)

$4 - 7 = \overline{3}$	$6 - 4 = 4 - 2$	$8 - \overline{7} = 15$
$4 - 7 - \overline{3} = 0$	$6 - 4 - 4 + 2 = 1$	$8 - \overline{7} : 15 = 1$

$6 \cdot 2 = 12$	$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$	$3 \cdot 6 = 9 \cdot 2$
$(6 \cdot 2) : 12 = 1$	$2 \cdot 6 = 4 \cdot 3$	$\frac{3}{6} = \frac{2}{9}$