

21 ELHUYAR

R.S.V.A.P.-en Zientzi eraskina

ZUZENDARIA: *Luis Bandrés*

IDAZKARIA : *Andoni Sagarna*

HELBIDEA : *Duque de Mandas, 39 - Telf. 284823 - Donostia-12*

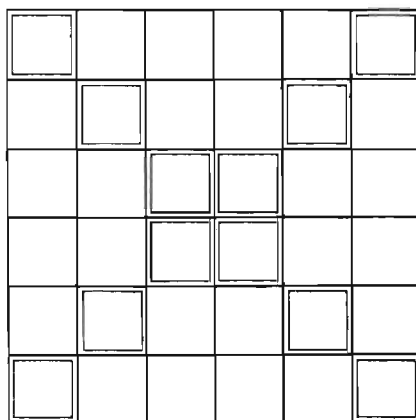
SEI KOLOREEN JOKUA

Joku honen erregelak zerak dira:

36 koadrotxo bete behar dira 36 fitxarekin; 36 fitxa hauek kolore berdineko sei seikotetan daude banaturik, 6 fitxa gorri, 6 urdin, 6 zuri, 6 beltz, 6 hori eta 6 berde.

Fitxa horiek jartzean ondorengo lege hauek bete behar dira:

- zutabe bakoitzeko fitxa guztiak kolore desberdinetakoak izatea,
- errenkada bakoitzeko fitxa guztiak kolore desberdinetakoak izatea,
- diagonal nagusi bakoitzeko fitxa guztiak kolore desberdinetakoak izatea.



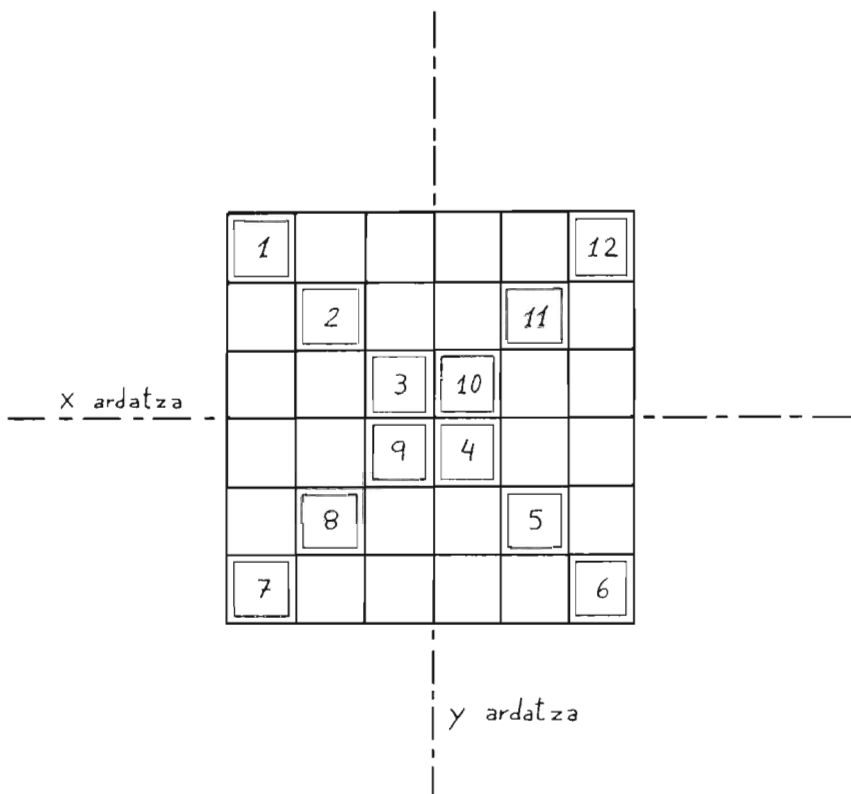
1. IRUDIA

Joku hau komertzializatua dago eta eros daitekeen taula magnetikoan 23.040 soluzio posibleak aipatzen dira. Lantxo honen helburua zera da: zenbaki horren arrazoia bilatzea. Asmo honetan saiatu naizenean sorpresa handi batekin topo egin dut; delako sorpresa hori zein den, hori gerorako utzi dut; has gaitzen, gehiago luzatu gabe, gairekin.

Hasiera batean tanteoka hasi nintzen, inongo legerik jarraitu gabe. Frakasoia izugarria izan zen, ez nuen soluzio bakar bat ere lortu.

Nere lehenengo konklusioa zera izan zen: diagonalak (nagusiak, noski) ongi antolatu eta gero gainerakoa beteko nukeela.

Diagonalak antolatzeko zenbait oztoporekin aurkitu nintzen, eta oztopo hau gainditzeko simetriari bila hasi. Diagonalaren tokiak zenbakitu nituen aldameneko dibujoa ikus daitekeen bezala.



2. IRUDIA

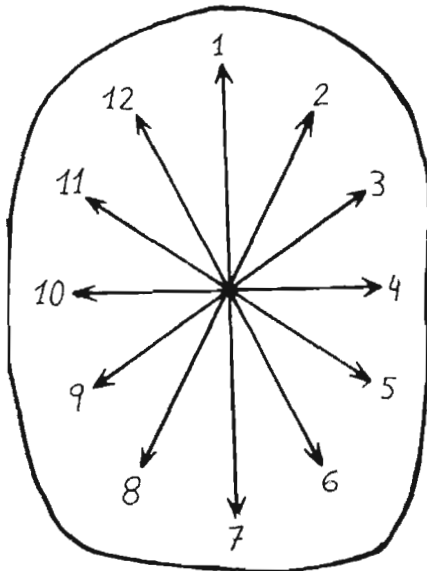
Toki hauen multzoaren barruan ondorengo bi erlazio hauek definituz:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

r erlazioa: $A \rightarrow A$: x, y-ren simetrikoa da x ardatzarekiko

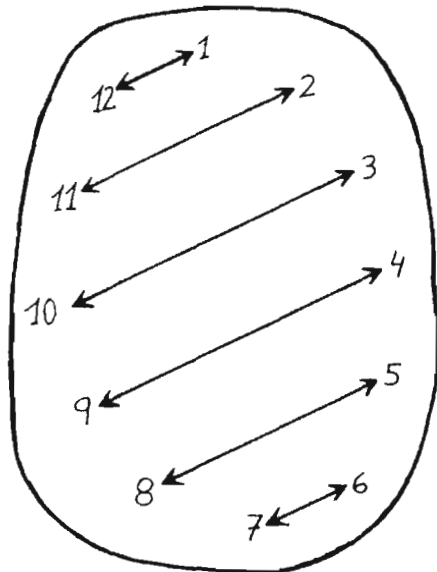
s erlazioa: $A \rightarrow A$: x, y-ren simetrikoa da y ardatzarekiko

A multzoa
r erlazioa



3. IRUDIA

A multzoa
s erlazioa



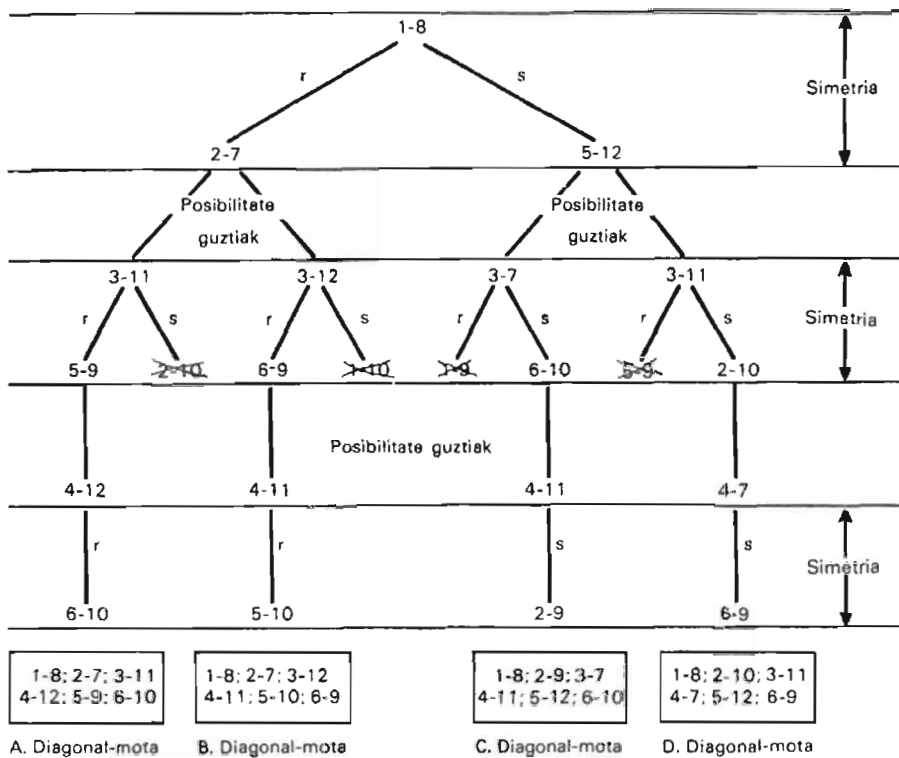
4. IRUDIA

Baina kolore bakoitzak bi toki behar ditu; orduan bikote simetrikoen taula egin beharko dugu.

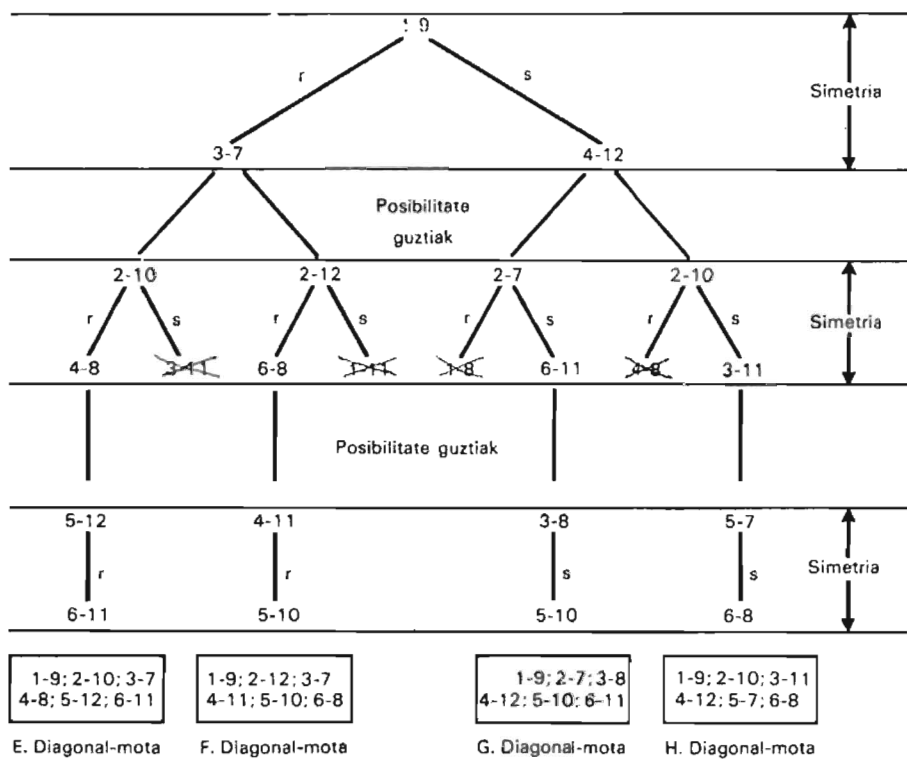
	X ardatzarekiko simetrikoa (r)	Y ardatzarekiko simetrikoa (s)
1-8	7-2	12-5
1-9	7-3	12-4
1-10	7-4	12-3
1-11	7-5	12-2
2-7	8-1	11-6
2-9	8-3	11-4
2-10	8-4	11-3
2-12	8-6	11-1
3-7	9-1	10-6
3-8	9-2	10-5
3-11	9-5	10-2
3-12	9-6	10-1
4-7	10-1	9-6
4-8	10-2	9-5
4-11	10-5	9-2
4-12	10-6	9-1
5-7	11-1	8-6
5-9	11-3	8-4
5-10	11-4	8-3
5-12	11-6	8-1
6-8	12-2	7-5
6-9	12-3	7-4
6-10	12-4	7-3
6-11	12-5	7-2

- Nahikoa da 6 elementuraino heltzea, zeren eta diagonal bat definitzean bestea zehazten da.
- Nahikoa da diagonal baten elementu bakoitza bestearen laurekin erlazionatzea, beste biak bere zutabe edo errenkadan bait daude.

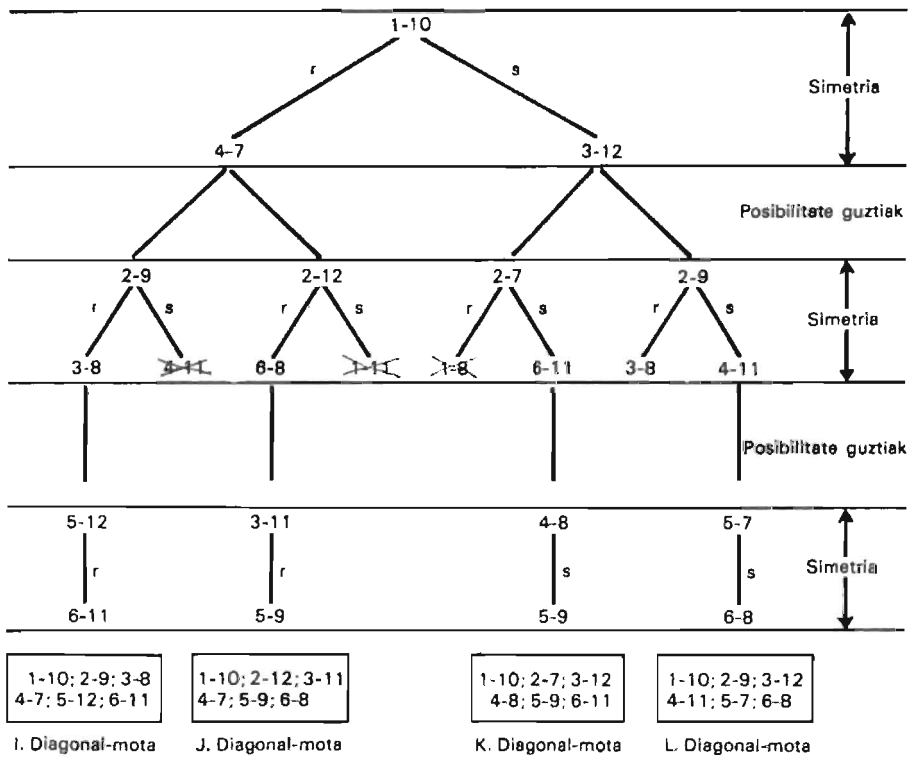
Diagonalak definitzeko horrelako sei bikote ordenatu behar dira. Baina, era berean, sei bikote horiek binakako hiru taldetan banatu beharko dira, simetriak gordetzeko.



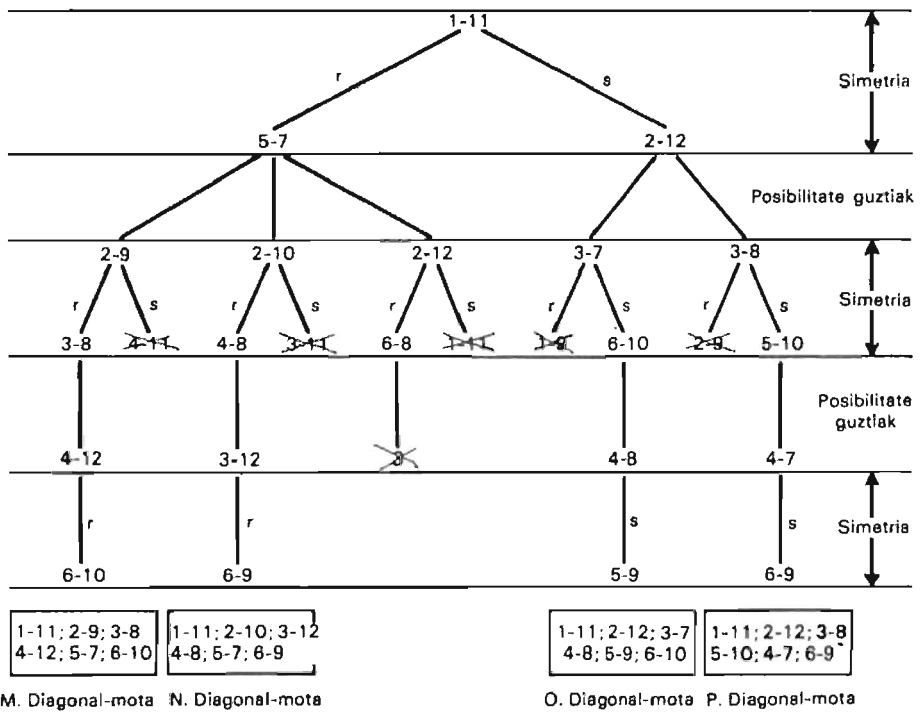
5. IRUDIA



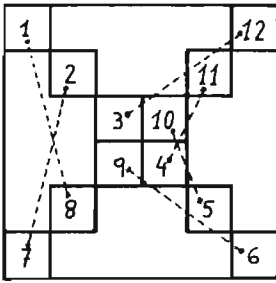
6. IRUDIA



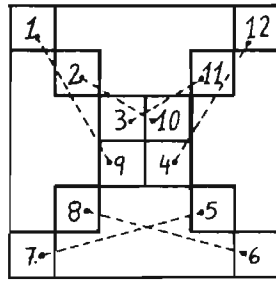
7. IRUDIA



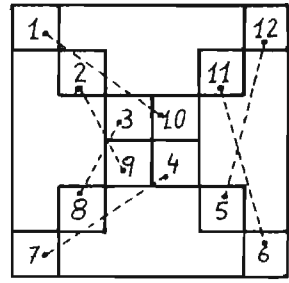
8. IRUDIA



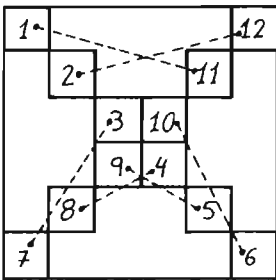
B diagonal



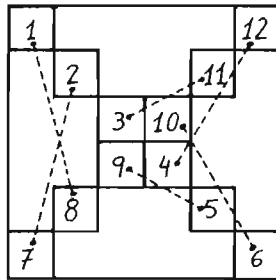
H diagonal



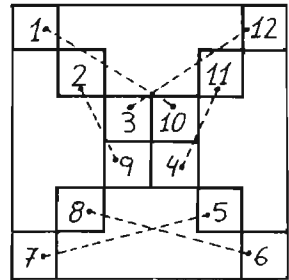
I diagonal



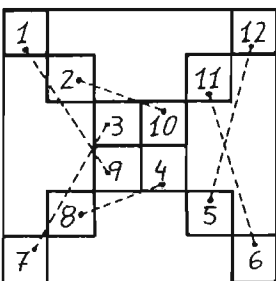
O diagonal



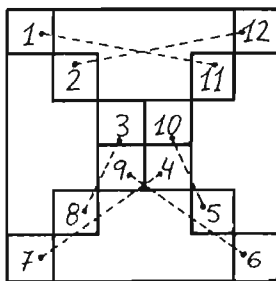
A diagonal



L diagonal

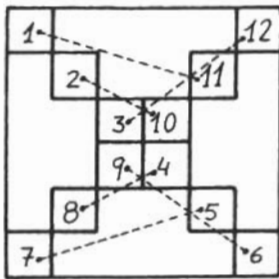


E diagonal

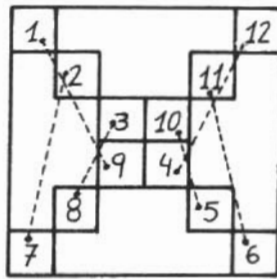


P diagonal

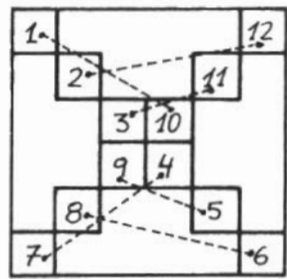
9. IRUDIA



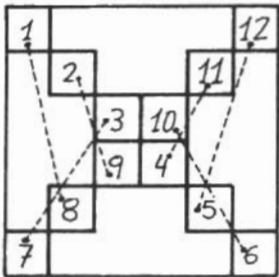
N diagonal



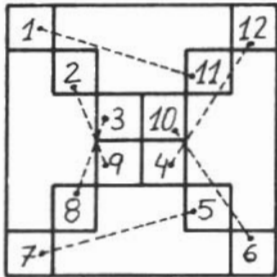
G diagonal



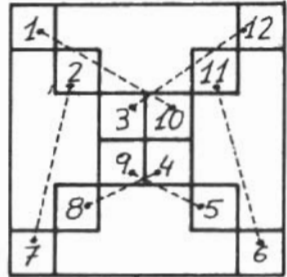
J diagonal



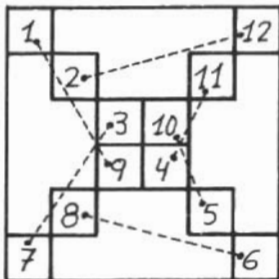
C diagonal



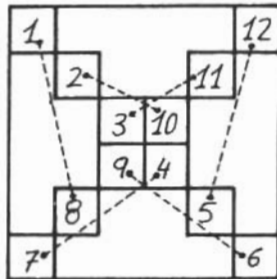
M diagonal



K diagonal



F diagonal



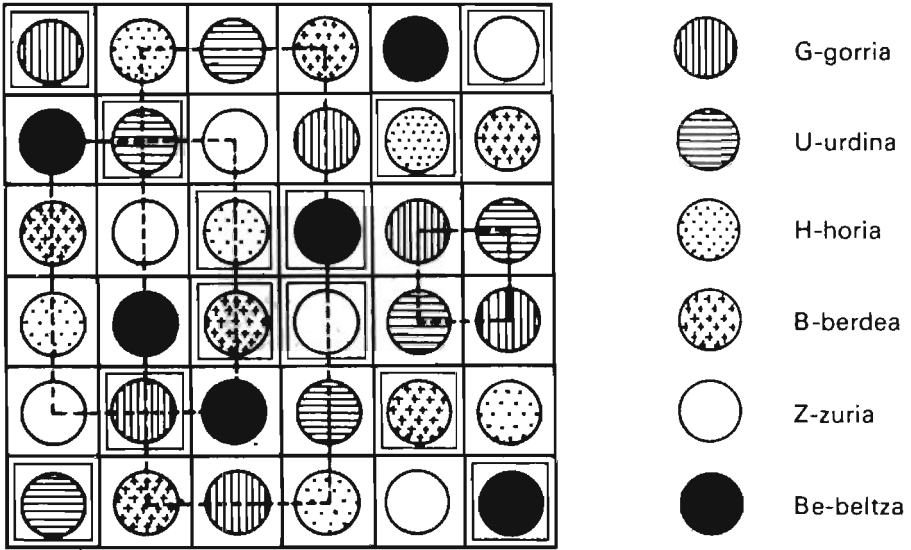
D diagonal

10. IRUDIA

Itxuraz behintzat, 16 diagonal-mota dago.

Zenbat soluzio desberdin sor dezake diagonal batek?

Har dezagun A diagonalala eta saia gaitzen galdera honen bila.



11. IRUDIA

A diagonal mota honetan, koloreen permutazioak eginaz $P_6 = 720$ soluzio desberdin izango ditugu.

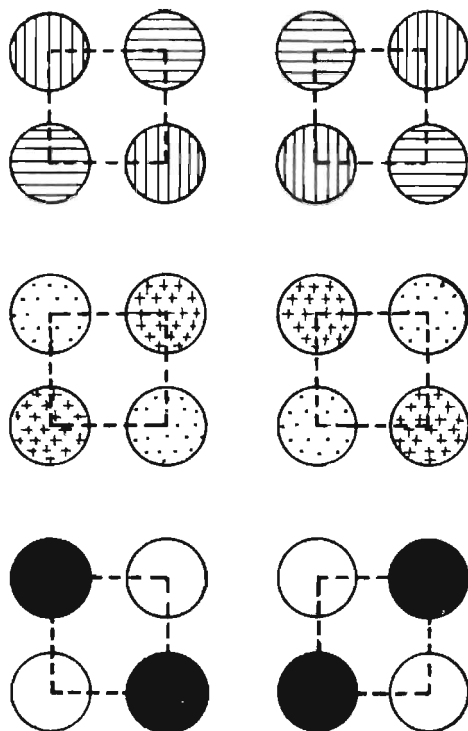
Baina azaltzen diren toki trukagarriak.

Horrelako ($P_6 = 720$) bakoitzeko, beste $8 = 2^3$ soluzio atera daitezke

$$P_6 \times 2^3 = 720 \times 8 = 5.760$$

Diagonal guztiak independenteak direla pentsatzen badugu

$$\text{Soluzio posibleak} = 5.760 \times 16 = 92.160$$



12. IRUDIA

Baina soluzio hau, eta hemen dago sorpresa, tableroan ematen dena baino lau aldiz handiagoa da.

Diagonalak independienteak ez direla suposa arazten digu datu honek.

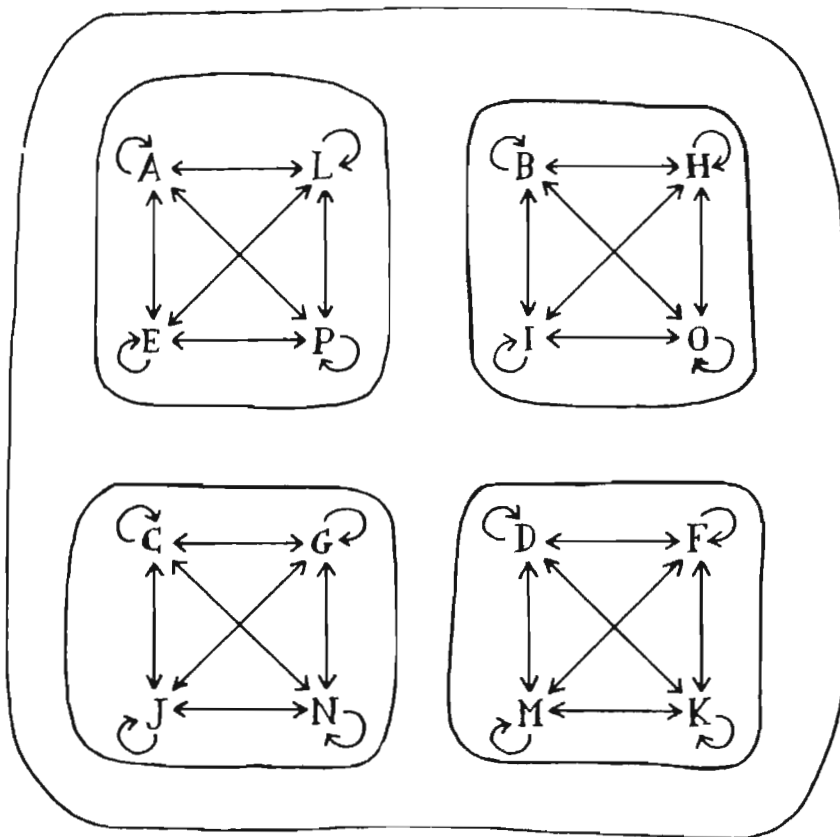
Orduan diagonal horien artean simetriak bilatzen hasi nintzen, eta hona hemen aterata zaidana.

Diagonalen multzoari B izena ematen badiogu:

$$B = (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P).$$

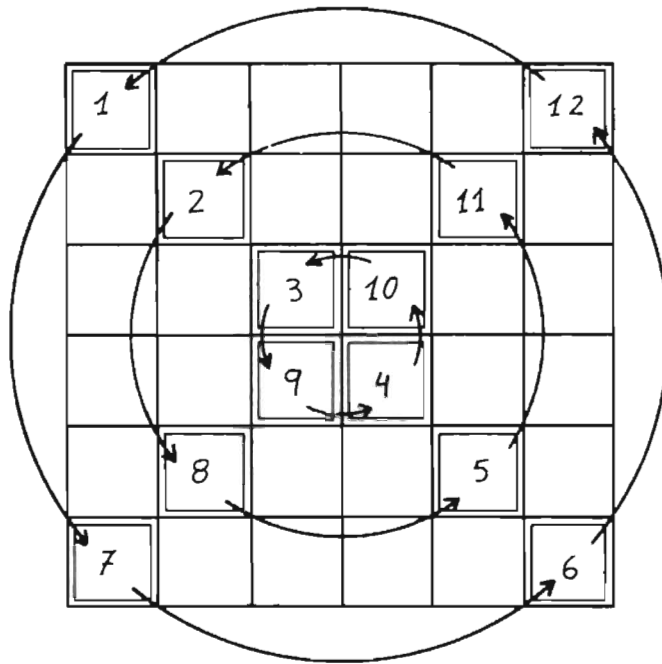
Bertan $B \rightarrow B$ t erlazioa: "x y bilaka daiteke biraketa batez" erlazioa definitzen badugu, hona hemen gezi-diagrama.

B. multzoa

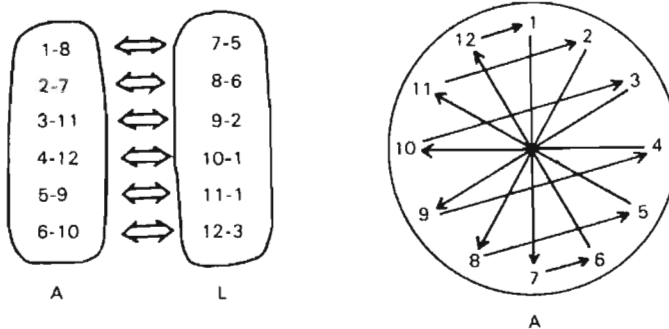


13./IRUDIA

Adibide bezala ikus dezagun nola bilakatzen den A, L, n, 90°-ko biraketa batez.



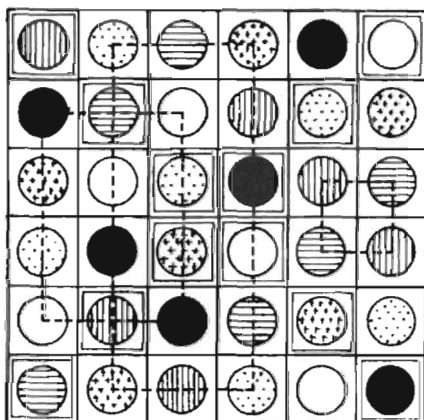
14. IRUDIA



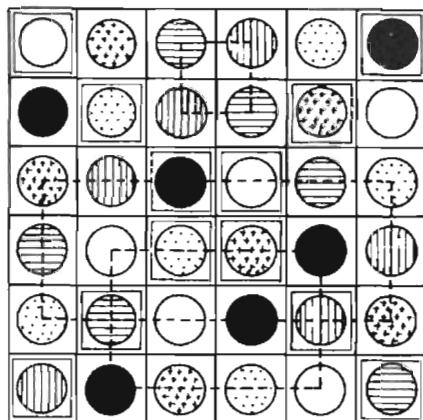
15. IRUDIA

Honek zer esan nahi du? 16 diagonal-mota horiek, 4 baliokidetasun – klaseetan bildurik, ez direla berez desberdinak?

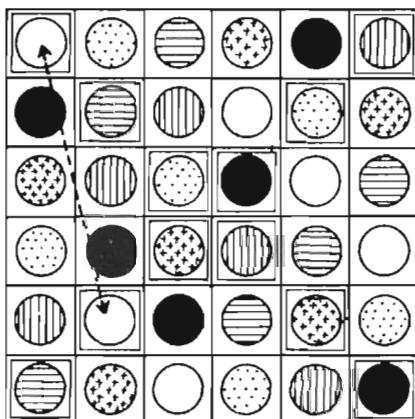
Horrelako zerbait onartzeak arazoa konponduko luke eta kito. Baina nere iritziz hori ez da egia eta arazoa irekia dago. Nere iritziz, soluzio guztiak desberdinak dira eta norbait uste honen aurka balego irekiak ditu orri hauek.



16. IRUDIA



17. IRUDIA



18. IRUDIA

Bi egiturak desberdinak dira.

Har dezagun A diagonalala eta truka ditzagun gorrien eta zurien tokiak.

Baina soluzio hau ez da inoiz L-ren berdina izango.

Zurien posizioa desberdina bait da.

A diagonalala $Z \leftrightarrow G$ trukaketa egin ondoren.

Joku horren legedian azaltzen den zenbakia justifikatzeko hasitako lana, galdera batekin bukatzen da; zein da benetako soluzioen kopurua, 23.040 ala 92.160? Nere iritzian 92.160; eta zurean? Eta simetrikoak ez diren soluzioak posibleak balira?

J. M. GOÑI