

GEOMETRIA ARRUNTERAKO PROGRAMA BATEN BILA

Ziriako Uriarte

1.- SARRERA

Matematikaren azalpen zehatz batek teoria axiomatizatu baten desaroilo osoa eskatuko luke; hots, alde batetik frogaketarik* behar ez luketen axiomak finkatu beharko lirateke (axioma baueetan teoria osoaren desaroiloan azalduko diren kontzeptu oinarritzkoak sarturik) eta bestetik axiometatik abiatuturik teoremetaraino eramango gaituzten dedukzio logikoen legeak argi eta garbi zehaztu.

Lehen kontzeptu hauek (hots, axiometan sarturik daudenek) ematen den definizioari (axiomei bakarrik) zor diote beren existentzia; eta ondorioz, errealitatek ateratako adibideez beren argibidean saiatzeari alferrikako lana litzateke. Dena dela eta geometriaren kasoa bereziki aipatuz, axiomatze* lan honetan erabiltzen diren kontzeptuak (puntu, laun, linea, bolumena eta abar...) oso arruntak eta intuitiboak direla onhartzearekin batera, intuitibotasun hau ez degoela teoriaren desaroiloan mantentzeko posibilitaterik azpimarkatu behar da.

Matematika ez da egiaz arduratzen; geometriak, esate baterako, ez digu inungo egirik esango espazio fisikoari buruz. Geometriak bere teoremen bidez ematen dizkigun legeak espazio fisikoan aplikatu daitezkeen egiaz izango balira, egiaz hauek enpirikoak lirateke eta beraz esperientzia bidez frogagarri. Egiaz fisikoa, egiaz enpirikoa probabilitate bati loturik dago ezin bestean: materia osoa esperimendatzeko posibilitatearen eza dela, egindako esperientzietan errore bat azaltzeko posibilitatea dela (bai tresnak nahiko egokiak ez zirelako, bai esperientzia berri batek ezezaguna zen dato berri bat azaldu duelako) egiaz matematikoa egiaztaketa fisikotik kanpora dago, errealitate fisikotik kanpora bait dago.

2.-PROGRAMAREN INGURUAN.

Guren lan honen mamiari helduz, esan dezagun Matematikak eskatzen duen metodo logiko-deduktiboa ez dela haurrak eskolan sartzen den momentuan mundua ulertzeko erabiltzen duen sistema; haurrari metodo hau arrotza egiten zaio errotik. Haurra bere gorputza esperimendatzen hasten da eta ondoren bere ingurunea *: hurbiltasun *-urrutitasun* kontzeptuak, separazio kontzeptuak, barrukotasun* eta kanpokotasun* eta abar... hasiera batetan haurraren posibilitatearen barruan daudenak dira.

Kontzeptu hauek topologikoak direnez gero, Topologia arloak lehena dirudi programa razional batetan; hau bait da haurrak barrura dezakeen mundu bakarra.

Arlo honetan egin beharko litzatekeen lana hiru zati edo fase desberdinetan banatu beharko genuke:

- espazioaren esperimentazio huts bat lehen-lehenik,
- jasotako esperientzia honen barruratze* bat
- eta bukaeraz, adierazpena* (bai ahozkoa, bai grafikoa)

Prozesu honetan, eta geometriaren irakaskuntzan bereziki, bi dira gure ustez arazo oinarritzkoak:

1. Espazio fisikoan egiten diren esperientziak abiaburu bezala harturik, matematikaren adierazpen axiomatizatu bat lortu behar dugu, lehenago esana berresanez, errealitate fisikoarekin zerikusirik ez duten kontzeptu matematikoak definitu behar ditugu eta ondoren teorema eraikitzeko erabiliko diren dedukzio legeak finkatu.

Helburu gisan zera jarri behar diogu gure buruari: esplikatzen ditugun kontzeptu matematikoak ez daitezela kutsatu esperientziako ideia konkretu batekin (puntu kontzeptua eta klarionak harbelean uzten duen marka ezin dira identifikatu); holakorik eginez gero lehen aipaturiko akatsean eroriko ginateteke, kontzeptu matematiko bati kutsu fisiko bat emateko akatsean alegia. Soluzio bezala, material desberdina eta aberatsa deritzaigu garrantzitsua.

2. Adierazpena eskatzean, adierazpen grafikoari ahozkoari baino garrantzi handiago bat eman behar diogu; barruratze prozesuaren ondorioa denez gero, prozesu henen jarraipen bat izan behar du; barruratze prozesu on batek kontzeptu desberdinen bereizketa zehatza eskatzen du eta ondorioz adierazpen zehatza eta desberdina; adierazpenaren helburua komunikazioa da eta helburu honek, berriro ere, zehaztasuna eta argitasuna eskatzen du.

3. –AURREPROGRAMA

Geometria programa bat proposatzean, programa honen barruen mailak berreztea dirudi lehen lana, eta beraz horri ekingo diogu.

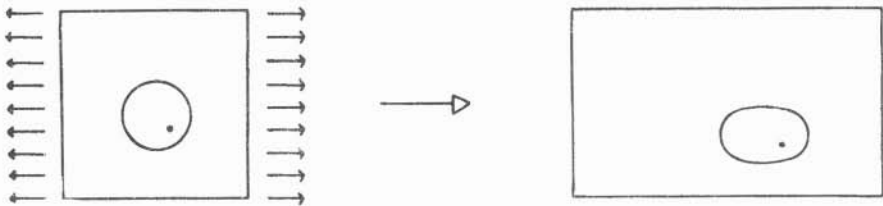
Programak ezin du ahaztu haurrak duen kapazidatea; honekin, haurrari proposatuko dizkiogun esperientziak ez dutela bere barruratze kapazidatea gainditu behar adierazi nahi dugu; adin bakoitzari maila psikologiko bat dagokio eta programa miala honi makurtu behar zaio. Programaren zailtasun handiena honetan datza; zailtasuna haurraren psikologian dago eta gai honetaz daukagun ezjankitasunean; geometriaren ezaguera eta haurraren prozesu psikologikoa batera eraman behar dira eta hau argunt zaila da.

Geometria espazioaren azterketa da; espazioan dauden gorputzak transformatzen ari dira eten gabe; halaz ere, gorputz hauen zenbait propietate aldatu gabe mantentzen dira; geometria, aldaezin edo iraunkor diren propietate hauetatik arduratzen da, **transformakuntza* hauetan aldatzen ez diren propietateez alegia.**

Ondorengo lerro hauetan geometria aurreprograma bat azaltzen dugu; programa honetan gaien ordena jartzen, gai hauek eskatzen duten abstrakzio maila kontsideratu dugu eta gai zabaletik (baldintza gutxi eta abstrakzio txikikotik) gai konkretura (baldintza asko, abstrakzio handia) doan ordena aukeratu dugu.

1.-MAILA TOPOLOGIKOA:

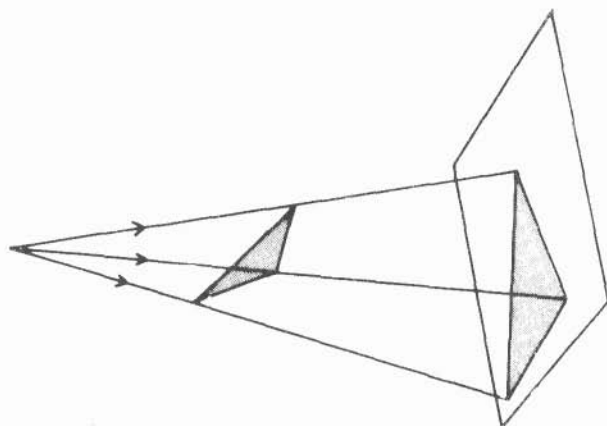
Maila honetan gorputza puskatzen ez duen edozein transformakuntza onhartzen da (edozein deformazio, luzapen, makurpen eta abar...). Transformakuntza mota hauek, hain zabalak izanik, oso propietate gutxi mantenduko dute aldatu gabe; posizioa aldatzen da, forma ere bai, orobat puntuen arteko distantziak. Mantentzean, barrukoa bakarrik mantentzen dela esan dezakegu (gorputz barruan dagoena transformakuntza hau dela medio barruan mantetzen da, azala deformatu bai baina mantetzen diren propietateen azterketa, geometria topologikoaren helburuak dira.



Gomazko plantxa baten gainean linea itxi bat eta barruan puntu bat marraztuak ditugu. Transformazio topologiko bat egin ondoren puntuak jarraitzen du barruan egoten. Barrukotasuna mantentzen da.

2.-MAILA PROJEKTIBOA.

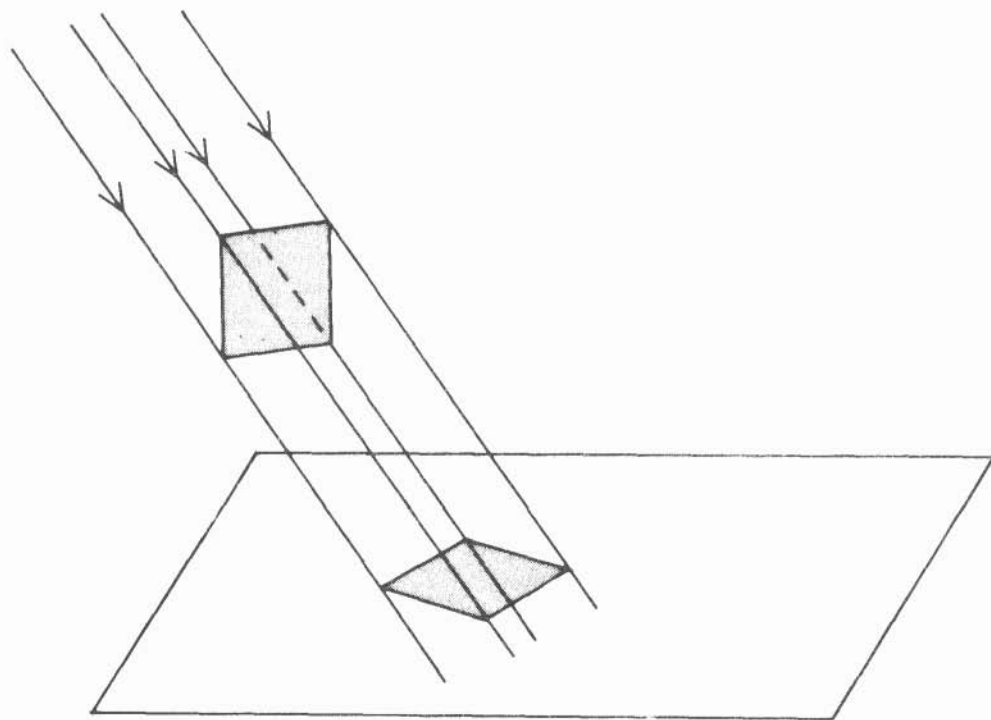
Maila honetan onhartzen den transformakuntza mota zera da: gorputzetik, puntuzko foko batek sortzen dion itzalera eramaten gaituena. Transformakuntza mota hau topologikoa baina herstuago da, eta ondorioz propietate gehiago mantenduko dira aldatu gabe; esan beharrik ez dago, lehen mantentzen zirenak hemen ere mantentzen direla. Linea zuzenak adibidez, zuzenak mantentzen dira geometria projektiboan eta ez beti geometria topologikoaren kasoetan; halaz eta guztiz zuzenen arteko paralelitasuna eta angeluan balioak, beste zenbait propietateren artean, ez dira mantentzen.



Zuzen baten transformatua transformazio proiektibo baten bidez beste zuzen bat da. Mail topologikoan ez zan halakorik gertatzen.

3. -MAILA AFINA.

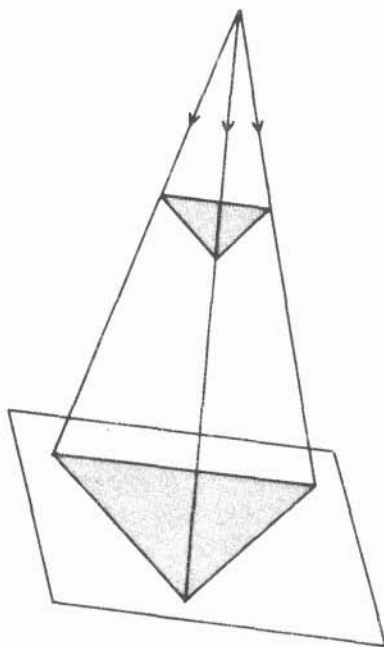
Itzala sortzen duen fokoa infinituraino ermango bagenu, argi izpiak paralelo etorriko lirateke eta geometria afinaren kasoan geundeke; geometria afinaren eremuan zuzenen arteko paralelotasuna* mantentzen da.



Transformazio afin baten bidez paralelotasuna mantentzen da.

4.-ANTZEKOTASUN* MAILA:

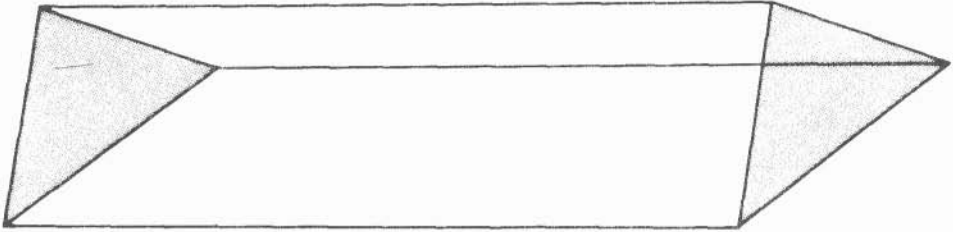
Lehen jarritako baldintzei, projekzio launak eta irudia jasotzen duenak paraleloak izan behar dutelako baldintza gehituko bagenie, orain arte aldakorra zen propietate bat aldaezina bihurtuko litzaiguke: angeluen balioak, alegia. Forma mantentzen den artean distantziak aldatzen dira.



Irudiaren plano eta proiektzio plano paraleloak badira angeluak mantentzen dira.

5.-MAILA EUKLIDIANO:

Maila honetan onhartzen den transformakuntza bakarra, posizioz aldatzen duena da: maila honetan baldintzak oso gogorrak dira eta ondorioz oso higidura* gutxi dira maila honen barruan aurkitzen direnak. Maila honetan, lehen mantentzen ziren propietateak mantentzen dira noski, baina lehen aldakorrak ziren distantziak iraunkorrak bihurtzen dira. Geometria mota honetan aztertzen dira, luzeren neurketak, azalen neurketak eta bolumenen neurketak beste zenbait gairen artean.



Transformazio euklideo baten bidez (simetri, birakela, traslazio) neurriale (luzera, azalera, bolumena) mantentzen dira.