

SASIEROALEAK

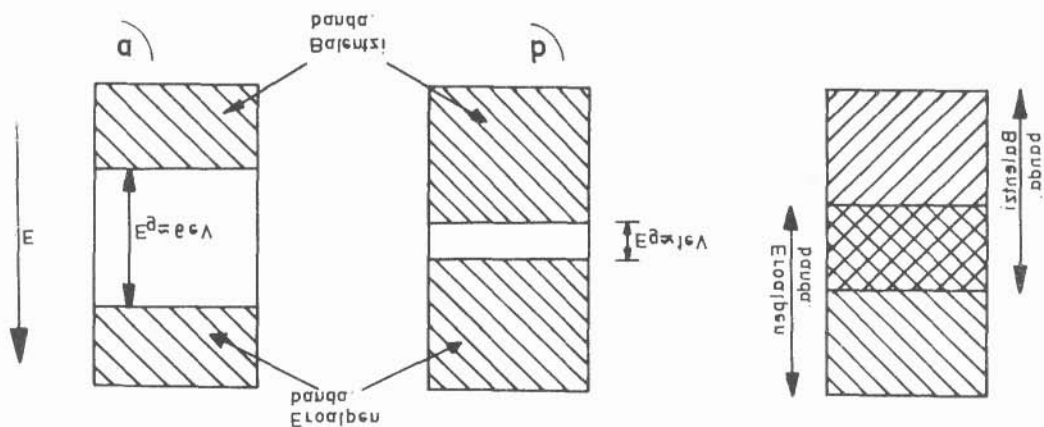
Jose Antonio Maiz

Solidoak, beren eroaltasunari dagokionez, hiru eratakoak izan daitezke: isolatzaileak, sasieroaleak eta eroaleak.

Isolatzaileak, elektra korrontea gaizki eroaten dutenak dira. Hauen eroaltasuna 10^{-6} (ohm. cm) $^{-1}$ edo txikiagoa da.

Eroaleak: elektra korrontea ondo eroaten dutenak dira. Hauen eroaltasuna 10^6 (ohm. cm) $^{-1}$ edo handiagoa da. Beste solidokoak, eroaltasun tartekoa dutenak, sasieroale izendatuko ditugu.

Desberdintasun honen iturburua energi banden egitura aurkitzen da. Atomoen azken kapako elektroiek beren uhin funtzioaz deskribatzean, kristaleko ioiekin duten elkarrekintza azaltzean, banda galerazi bat aurkitzen dugu: banda honetan elektroiek ezin litezke inoiz aurkitu.



1. Irudia Energi banden egitura: a) isolatzaileentzat
b) sasieroale batentzat
c) eroaleentzat

Banda honen azpian balentzi banda dago eta haren gainera, aldiz, eroalpen banda. 0°K temperaturan, balentzi banda zeharo beteta dago eta eroalpen banda erabat hutsa. Isolatzaileek banda galerazia handia dute, $E_g = 6 \text{ eV}$ edo handiagoa, irudian ageri denez.

Sasieroaleetan, ordea, banda hau ttikiagoa da eta garrantzirik handiena $0,5 \text{ eV}$ etik 2 eV artean dago. Eroaleek banda galerazirik ez dutenez gero eroalpen banda eta balentzi banda bata bestearen gainean daude. Lehen esan bezala temperatura 0°K denean balentzi bandak zeharo beterik eta eroalpen bandak guztiz hutsik daude. Honek zera esan nahi du: isolatzaile eta sasieroaleen elektroiak balentzi bandan egon arren ezin litezke mugitu, leku guztiak beterik bait daude. Honen arrazoia Pauli ren eksklusio printzipioak adierazten du. Eroalpen bandan egoera hutsak asko izan arren ez dago elektroirik. Guk ezartzen dugun elektra eremuaren energia ez da aski elektroiak balentzi bandatik eroalpen bandara jasotzeko eta, horregatik, isolatzaile nahiz sasieroaleek zeharo isolatzaile bezala jokatu ohi dute.

Eroalearen kasuan elektroiekin batera leku hutsak ere baditugu eta elektra eremu ttiki baten laguntzaz elektra korrontea sortuko dugu.

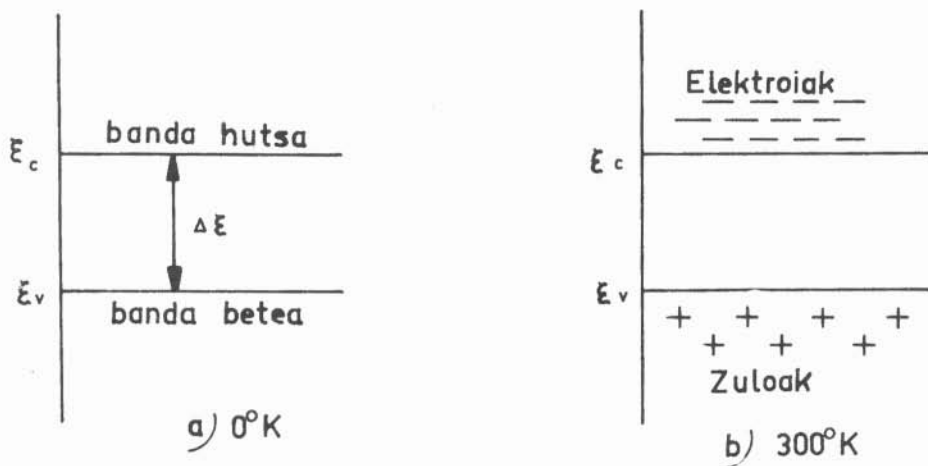
Temperatura goratzen hasten bagara, elektroiek batzuk energia termiko nahikoa hartzean, balentziko bandatik eroalpen bandara pasako dira; elektra eremu bat ezartzen badugu elektroiek hien bidez elektra korrontea sortuko da. Korrontea hau oso ttikia izango da isolatzaileentzat, hauen banda galerazia handia denez gero elektroiek gutxi pasako delako.

SASIEROALEAK

Ikus dezagun hobeki sasieroaleek nola jokatzen duten. Elektroiek batzuk balentzi bandatik eroalpen bandara pasatzean, leku hutsak uzten dituzte lehen zeuden lekuan; elektra eremua ipintzean hutsune hau ere mugitu egingo dira. Elektra eremu bat ezartzean, zulo hori aldameneko elektroiek batek bete dezake eta honela zuloa bera lekuz aldatuko da. Gertakizun honetaz hitzegiteko, zuloa (karga positiboa) mugitu egin dela esango dugu eta elektra korronteari mugimendu horrek eroalpen bandako elektroiek adinbat laguntzen dio. Sasieroale batetan eroalpen bandako elektroiek eta balentzi bandako zuloak energia termikoagatik sortu direnean “berezko sasieroale” izendatuko dugu; eta hauek sortzen duten eroaltasuna “berezko eroaltasun” az bataiatuko dugu.

Elektroiei eta zuloei, berriz “berezko eramaileak”.

Berezko sasieroale batetan elektroiek kopurua eta zulo kopurua beti berdinak dira. Elektroiek eta zuloen zenbakia Fermi-Dirac en banaketa funtzioak deskribatzen du.



2. Irudia

Bestalde, eroalpen bandaren beheko zatian eta balentziakoaren goiko zatian elektroiak eta zuloak zatiki libre bezala erabil litezke, masa efektibo batzuk hartuz.

Egoera trinkotasuna, zatiki libreak direnez gero, eroalpen bandarentzat ondokoa izango da:

$$g_c(\xi) = \frac{8\sqrt{2} \pi}{h^3} m_n^{*3/2} \sqrt{\xi - \xi_c}$$

Hemen: h , Planck en konstantea da.

m_n^* , elektroiaren masa efektiboa da eroalpen bandan.

ξ_c , eroalpen bandaren energiari txikiena da.

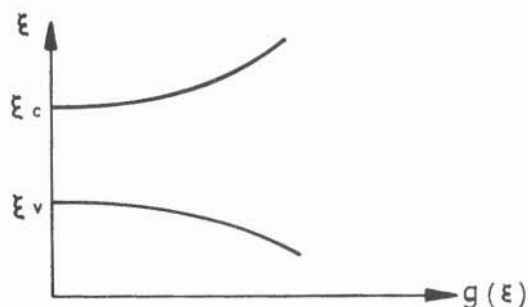
Balentzi bandarentzat berdin gertatuko da:

$$g_p(\xi) = \frac{8\sqrt{2} \pi}{h^3} m_p^{*3/2} \sqrt{\xi_v - \xi} d\xi$$

Hemen: m_p^* , zuloaren masa efektiboa balentzi bandan.

ξ_v , balentzi bandaren energiari handiena.

Baldin energia $\xi_v < \xi < \xi_c$ bada, $g_p(\xi) = g_n(\xi) = 0$



3. Irudia

Baldin $m_n^* = m_p^*$ bada, Fermiren energia banda galeraziaren erdian egongo da. Hau horrela ez balitz elektroik kopurua eta zulo kopurua desberdinak lirateke, eta lehen esan dugunez berdinak izan behar dute berezko sasieroale batetan.

Baldin $m_n^* \neq m_p^*$, gehienetan gertatu ohi denez, Fermiren maila erdigunetik goraxeago edo beheraxeago gelditzen da, bi kopuruak berdinak izan daitezzen.

Sar dezagun orain balentzia bost duen loikeria piska bat (As edo Sb adibidez) berezko sasieroale batetan (Si edo Ge adibidez). Hastapeneko saretik atomo bat kendu eta loikeriazko bat bere lekuan ezartzean, kobalente loturak behar duen baino elektroik bat gehiago gelditzen da. Elektroik honek loturako energia oso ttikia duenez gero, termik energiak erraz libratuko du bere loturarik, honela elektroik libre berri bat sortuz. Sortu diren ioiak kristal sareari oso gogor lotuta geratzen dira, ezin mugiturik hain zuzen. Eroaltasun honi loikeriazko eroaltasuna deritzogu.

Sartu dugun loikeria balentzia hirukoa balitz, (Al, Ga, In adibidez) kobalente loturarako behar lukeen baino elektroik bat gutxiago luke. Honela zulo bat geldituko zaigu eta termik energia gutxi behar dugu beste atomoko elektroik bat zulo hori betetzera pasa arazteko, azken hori zegoen lekuan beste zulo bat eginik.

Balentzia loikeriari n erako edo “emaile” loikeria deritzogu, eta balentziako loikeriari, berriz, p erakoa edo “hatzemaile”. Loikerien ionizatzeak oso termik energia ttikia behar duenez gero, energiako diagrametan loikeria emaileak eroalpen bandatik hurbil azaltzen dira, eta hatzemaile loikeriak, berriz, balentzi bandatik hurbil.

Fermiren energia, n sasieroaleentzat, eroalpen bandara inguratzen da; eta p sasieroaleentzat, berriz, balentzi bandara.

ELEKTROI ETA ZULOEN ESTADISTIKA

Ikus dezagun zenbat elektroi daukagun ξ eta $\xi+d\xi$ energien tartean.

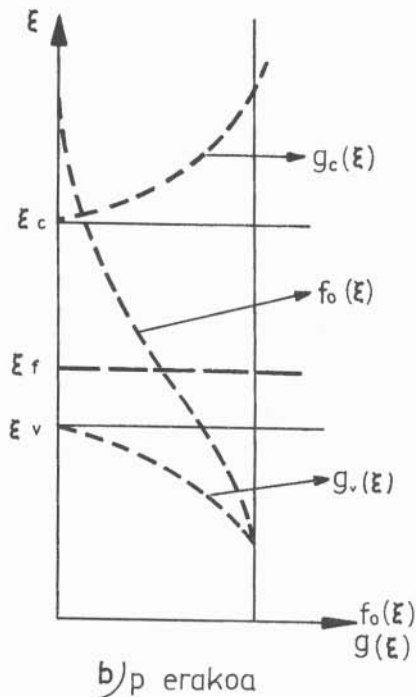
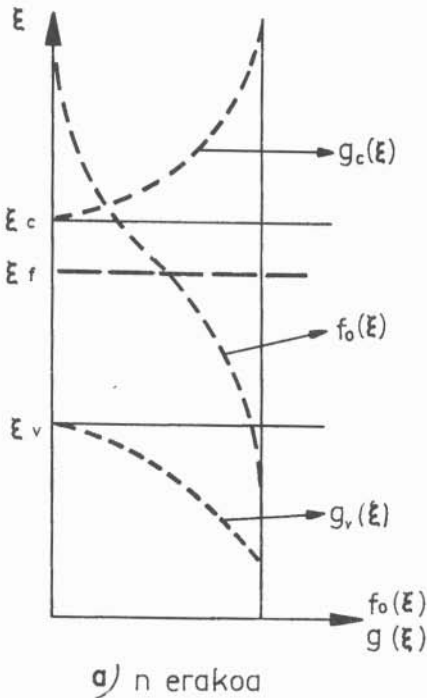
Fermiren banaketa funtzioa
$$f(\xi) = \frac{1}{1 + e^{\frac{\xi - \xi_F}{kT}}}$$

Orduan, termik orekan zera idaz dezakegu:

$$dn_o = f_o(\xi) g_c(\xi) d\xi = \frac{8\sqrt{2} \pi}{h^3} m_n^{*3/2} \frac{\sqrt{\xi - \xi_c}}{1 + e^{\frac{\xi - \xi_F}{kT}}} d\xi$$

$f_o(\xi)$: Fermiren banaketa funtzioa, energiarentzat eta termik orekan.

$g_c(\xi)$: Eroalpen bandan, eta energiarentzat dagoen egoera trinkotasuna.



$kT \approx \frac{1}{40} eV$ 300°K erako eta lanerako erabiltzen diren temperatura handientzat ere $\xi_c - \xi_F \gg kT$ denez gero. $e^{\frac{\xi - \xi_F}{kT}} \gg 1$ hartuko dugu eroalpen bandan dauden elektroientzat.

Horregatik, zera esan dezakegu: $f_0(\xi) \approx \frac{1}{e^{\frac{\xi - \xi_F}{kT}}} = e^{-\frac{\xi - \xi_F}{kT}}$

Hurbiltze hau "Boltzman en hurbiltze" bezala ezagutzen da.

Orduan:

$$dn_0 = \frac{8\sqrt{2} \pi}{h^3} m_n^* \sqrt{\xi - \xi_c} e^{\frac{\xi_F - \xi}{kT}} d\xi$$

$$n_0 = \int_{\xi_c}^{\infty} dn_0 = \frac{8\sqrt{2} \pi}{h^3} m_n^* \int_{\xi_c}^{\infty} \sqrt{\xi - \xi_c} e^{-\frac{\xi - \xi_F}{kT}} d\xi$$

Integrazio hau ξ_c eta eroalpen bandako energiarik handienaren tartean egin behar litzateke; baina ξ gutuzten denean $f_0(\xi)$ oso txikia egiten da, eta akats txikia egiten dugu ∞ raino integratuz.

Aldagai aldaketa hau eginen badugu: $x = \frac{\xi - \xi_c}{kT}$

$$n_0 = \frac{8\sqrt{2} \pi}{h^3} (m_n^* kT)^{3/2} e^{\frac{\xi_F - \xi_c}{kT}} \int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx$$

baina $\int_0^{\infty} x^{1/2} e^{-x} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\pi}$ $p(3/2)$ integral bat denez gero

$$n_0 = \frac{4\pi \sqrt{2} \sqrt{\pi}}{h^3} (m_n^* kT)^{3/2} e^{\frac{\xi_F - \xi_c}{kT}} \quad \text{eta}$$

$$2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \equiv N_c \quad \text{izendatzean, hontara heltzen gara:}$$

$$n_o = U_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}}$$

n_o : eroalpen bandako elektroirikotasuna.

$$U_c = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2} = 4,38 \cdot 10^{15} \left(\frac{m_n^*}{m_o} \right) T^{3/2} \text{ cm}^{-3}$$

m_o : Geldirik dagoen elektroien masa.

m^* : m_o eta $T = 300^\circ\text{K}$ hartzen baditugu.

$$U_c = 2,51 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

Zuloentzat berdin egin dezakegu.

$$f_{p_o}(E) = 1 - f_o(E) \quad \text{hartuaz} \quad p_o = U_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}}$$

orduan beste hau aurkituko genuke

$$\text{Beraz } U_v = 2 \left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

n_o eta p_o bidertzen baditugu

$$n_o p_o = U_c U_v e^{-\frac{E_c - E_v}{kT}} = U_c U_v e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$$

Biderketa hau konstantea da sasieroale eta tenperatura batentzat.

a) Berezko sasieroaleak

Hauetan $n_o = p_o = n_i(T)$

$$n_i = \sqrt{n_o p_o} = \sqrt{U_c U_v} e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$$

$$n_o = U_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} \quad \ln n_o = \ln U_c - \frac{E_c - E_F}{kT}$$

$$p_o = U_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}} \quad \ln p_o = \ln U_v - \frac{E_F - E_v}{kT}$$

baina $\ln n_o = \ln p_o$ izanik

$$\ln \mu_c - \frac{E_c - E_F}{kT} = \ln \mu_v - \frac{E_F - E_v}{kT}$$

$$\ln \mu_c - \ln \mu_v = \frac{E_c - E_F - E_F - E_v}{kT}$$

$$\ln \frac{\mu_c}{\mu_v} = \frac{E_c + E_v}{kT} - \frac{2}{kT} E_F$$

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} + kT \ln \left(\frac{m_p^n}{m_n^n} \right)^{3/4}$$

$$m_p^* = m_n^* \quad \text{baldin bada} \quad E_F = \frac{E_c + E_v}{2}$$

eta Fermiren energia banda galeraziaren erdian aurkituko da.

Loikeria sartu diegun sasieroaleak

Loikeriak ionizatzeko behar duten energia oso txikia da, eV ko ehunen batzuk hain zuzen loikeri konzentrapen oso handia ez bada; 300^oK temperaturan denak ionizaturik daude. Froga daiteke, ionizazio osoko irispidea ondoko hau dela:

$$N_d \ll \frac{1}{2} \mu_c e^{-\frac{E_c - E_d}{kT}}$$

$$N_a \ll \frac{1}{2} \mu_v e^{-\frac{E_a - E_v}{kT}}$$

E_d : n loikeriaren energi maila.

E_a : p loikeriaren energi maila.

- Loikeria zeharo ionizatua dagoenean, ikus dezagun zenbatekoa den.

Sasieroalea orekan baldin badago, elektroi bakoitzagatik zulo bat edo loikeriazko ioi positibo bat izango da, eta, beraz, zulo bakoitzagatik elektroi bat edo loikeriazko ioi negatibo bat.

Zera idaz dezakegu hortaz:

$$p_o + N_d - n_o - N_a = 0$$

N_d : Emaille loikeriazko konzentrapena.

N_a : Hatzemaile.

$$u_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}} - u_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} + (N_d - N_a) = 0$$

$$\alpha \equiv e^{\frac{E_F}{kT}} \quad \beta_a \equiv e^{-\frac{E_c}{kT}} \quad \beta_v \equiv e^{\frac{E_v}{kT}} \quad \text{deituz gero}$$

$$\alpha^2 - \frac{N_d - N_a}{u_c \beta_c} \alpha - \frac{u_v \beta_v}{u_c \beta_c} = 0$$

$$\alpha = \frac{N_d - N_a}{2 u_c \beta_c} + \sqrt{\left(\frac{N_d - N_a}{2 u_c \beta_c}\right)^2 + \frac{u_v \beta_v}{u_c \beta_c}}$$

$$\ln \alpha = \frac{E_F}{kT} = \ln \left[\frac{N_d - N_a}{2 u_c \beta_c} + \sqrt{\left(\frac{N_d - N_a}{2 u_c \beta_c}\right)^2 + \frac{u_v \beta_v}{u_c \beta_c}} \right]$$

$N_d - N_a = 0$ $e^{\frac{E_F}{kT}}$ positiboa behar duenez gero, plus zeinua hartu da.

Kontutan harturik $\ln(a + \sqrt{a^2 + x^2}) = \ln x + \operatorname{sh}^{-1} \frac{a}{x}$ dela,

$$E_F = \frac{1}{2}(E_v + E_c) + kT \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right)^{3/4} + kT \operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{N_d - N_a}{2 \sqrt{u_v u_c}} e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} \right)$$

baina $n_i = \sqrt{u_c u_v} e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}$

eta berezko sasieroaleentzat $E_{F_i} = \frac{1}{2} (\xi_V + \xi_C) + kT \ln \left(\frac{m_p^*}{m_n^*} \right)^{3/4}$

$$E_F = E_{F_i} + kT \ln^{-1} \left(\frac{N_d - N_a}{2 n_i} \right)$$

Eramaileen konzentrapenak

Neutralitate baldintza gogoratu:

$$p_o + N_d - n_o - N_a = 0 \quad \text{baina } n_o p_o = n_i^2 \text{ izanik}$$

orduan $\frac{n_i^2}{n_o} + (N_d - N_a) - n_o = 0$

$$n_o^2 - (N_d - N_a) \cdot n_o + n_i^2 = 0$$

$$n_o = \frac{1}{2} (N_d - N_a) + \sqrt{\frac{1}{4} (N_d - N_a)^2 + n_i^2}$$

berririo plus hartzen dugu, $N_d = N_a = 0$ denean $n_o = n_i$ izan dadin.

p_o rentzat berdin egiten badugu

$$p_o = -\frac{1}{2} (N_d - N_a) + \sqrt{\frac{1}{4} (N_d - N_a)^2 + n_i^2}$$

orduan $N_d - N_a = 0 \Rightarrow n_o = p_o = n_i$ berezko edo konposatutako sasieroalea.

$N_d - N_a > 0 \Rightarrow n_o > p_o$ n erako sasieroalea.

$N_d - N_a < 0 \Rightarrow n_o < p_o$ p erako sasieroalea.

$N_d - N_a \gg n_i$ baldin bada $n_o \approx N_d - N_a$ $p_o \approx \frac{n_i^2}{N_d - N_a}$

edo $N_a - N_d \gg n_i$ baldin bada $p_o \approx N_a - N_d$ $n_o \approx \frac{n_i^2}{N_a - N_d}$

Galerazitako energi banda eta mugikortasuna garrantziarik gehieneko sasi-eroaleetan.

sasieroalea	ΔE (eV)	U_e	U_n
Ge	0,72	0,39	0,19
Si	1,12	0,12	0,05
Te	0,32	0,083	0,054
Cds	2,4	0,021	—
P_b Se	0,22	0,118	0,087
P_b Te	0,27	0,12	0,048
I_n P	1,25	0,34	0,065
I_n S_b	0,18	7,70	0,12
I_n A_s	0,35	3,00	0,02
G_a S_b	0,7	0,4	0,085
A_l S_b	1,6	0,12	0,02

1. taula

Eroaltasuna

Elektroi eta zuloek eramaten duten korrante trinkotasuna honela idaz dezakegu:

$$\vec{I}_n = j_n \vec{V}_n = -en \vec{V}_n$$

$$\vec{I}_p = j_p \vec{V}_p = ep \vec{V}_p$$

\vec{V}_n : elektroien abiadura.

n : elektroi libreen konzentrapena.

e : elektroien karga.

P : zuloen konzentrapena.

\vec{V}_p : zuloen abiadura.

Zatikari baten mugikortasuna honela definituko dugu:

$$\mu = \left| \frac{\vec{J}}{\vec{E}} \right| \quad \text{:zatikari horrek daraman batz besteko abiadura elektra eremuagatik zatitu eta balio absolutua hartu.}$$

Zera idaz dezakegu

$$\begin{aligned}\vec{I}_n &= -en(-\mu_n \vec{E}) = n e \mu_n \vec{E} \\ \vec{I}_p &= e p \mu_p \vec{E}\end{aligned}$$

Beraz, elektra korrante trinkotasuna

$$\vec{I} = e (n \mu_n + p \mu_p) \vec{E} = \sigma \vec{E} \quad \text{izango da}$$

elektra eroaltasuna $\sigma = \frac{\vec{I}}{\vec{E}} = e (n \mu_n + p \mu_p)$ izanik, hain zuzen.