Q MULTZOA

J. M. Goñi

1. — SARRERA

Lantxo hau, aldizkari honetan bertan agertutako artikulu batzuren jarraipena da. Matematikaren barruan zenbakiz osatutako multzoak garrantzi handikoak dira, eta lehenago aipaturiko artikuluetan N eta Z multzoak adierazi baditugu, oraingo honetan Q multzoari dagokio lekua.

Asmoak honako bi hauk dira:

—Multzoak definitzeko beharrezkoa den hiztegia lantzea.

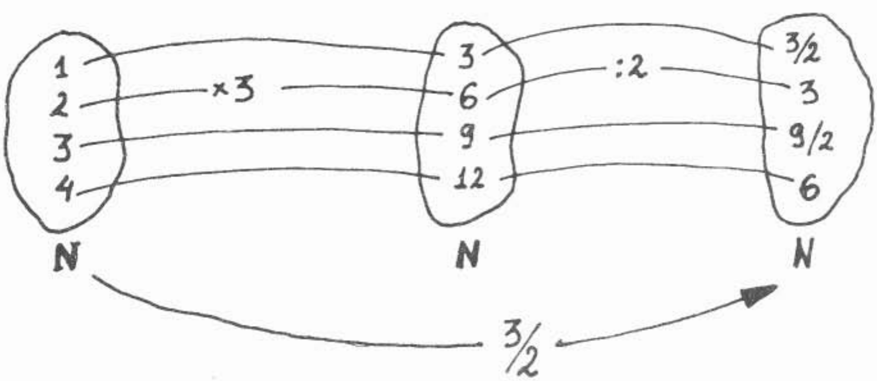
—Multzo honen definizioa, pedagogik ikuspegi batetik egitea.

Hiru dira, nagusiki behintzat, multzo honen definizioa burutzeko jarraitzen diren bideak.

a) Eragilearen bidea:

Erlazio konposatu bat bezala ikusten da zatikiaren eginkizuna.

«"x 3" eta ondoren" : 2 "» erlazioen erlazio konposatua, " $\frac{3}{2}$ " erlazioa litzateke.



Bide hau aipatze soilean utziko dugu, hiru bideak azaltzeak luzeegi joko bait luke eta beste bat da guk gure gustoz jorratu nahi duguna.

b) Zatiketaren emaitza bezala

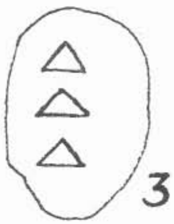
Hondardun zatiketari emaitza zehatz bat emateko asmotan justifikatzen da zatikiaren beharra

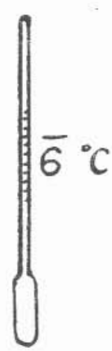
$8 : 5 = \dfrac{8}{5}$ (zortzi zati bost berdin zortzi bosten)

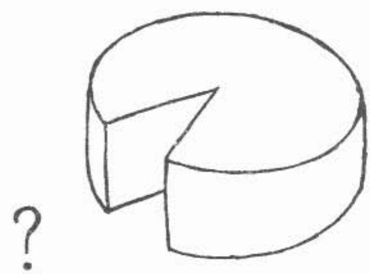
Zatikizuna   ikurra   zatitzailea   zatidura

Zatikia, zatiketa honen emaitza izango litzateke besterik gabe.

c) Unitate osoak ez diren elementuen adierazlea



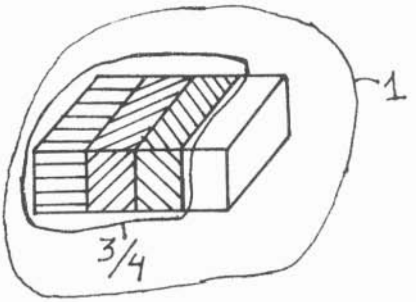




Unitate osoen adierazlea . (N)

Norantza berezi beharra dagonean (Z)

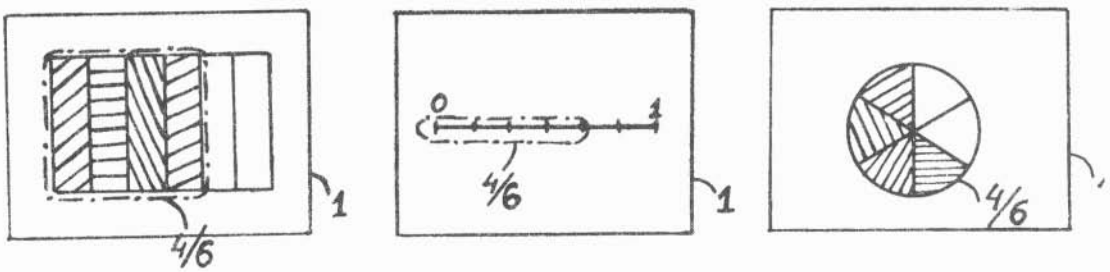
Eta adierazi behar duguna unitate oso bat ez denean zer?



$\frac{3}{4}$ bikotea puska horren adierazlea izango litzateke; beheko zenbakiak, 4 ak alegia, unitatea zenbat puskatan zatiturik dagoen adierazten du eta goikoak, berriz, holako zenbat hartzen diren.

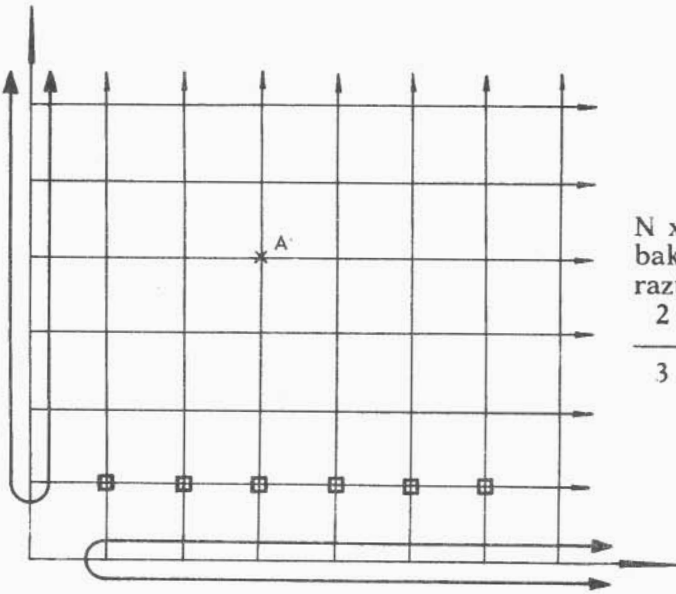
$\frac{3}{4}$ Hiru puska, puska bakoitza unitatearen laurdena delarik

$\frac{3}{4}$ Hirua "ZENBAKITZAILEA" da, zenbat puska hartzen diren esaten bait du.
Laua, "IZENDATZAILEA» da, puskaren izena azaltzen du eta. (Zenbakitzaile, Izendatzaile) bikoteak definitzen du zatikia.



(4,6) bikotea goiko dibujo hauetan azaltzen diren pusken adierazlea da.

2. — N x N Multzoa eta zatiki positiboak



N x N multzoko elementu bakoitzak zatiki bat adierazten du; hots, A puntua $\frac{2}{3}$ zatikia.

$\frac{0}{0}$ $\frac{1}{0}$ $\frac{2}{0}$ $\frac{3}{0}$ $\frac{4}{0}$ $\frac{5}{0}$ bikoteak ez dute zatikirik adierazten, ez bait dirudi lan erraza uniatatea zero puskatan zatitzea.

Har dezagun N x N multzo hau eta bil ditzagun R erlazioa definitzean sortzen diren klaseak.

R erlazioa; N x N-tik N x N-rako

R erlazioa: ... eta ... zatikiek puska berdina adierazten dute

$\frac{1}{2}$ 

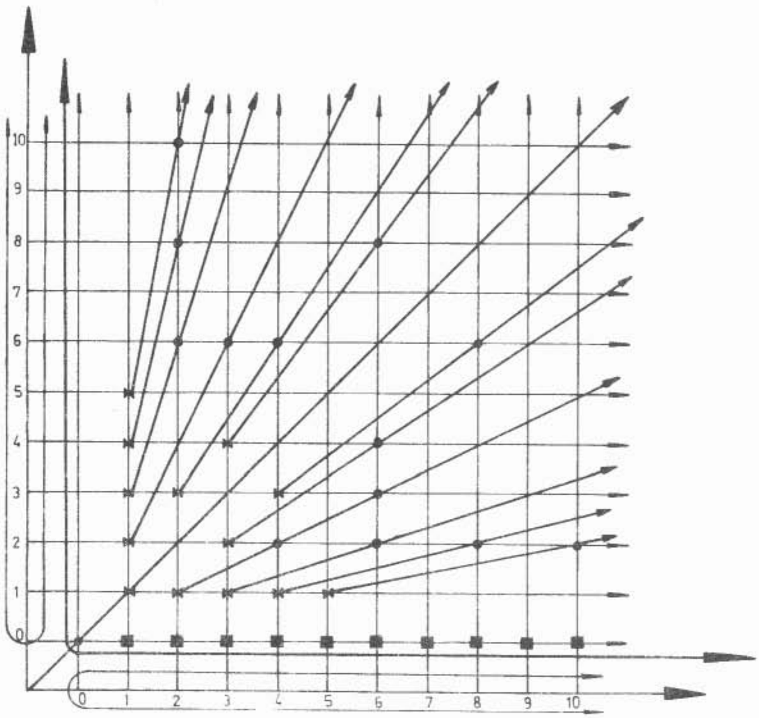
 $\frac{2}{3}$

$\frac{2}{4}$ 

 $\frac{4}{6}$

	Zuzena	Okerra	
$\frac{1}{2}$ eta $\frac{2}{4}$ zatikiek puska berdina adierazten dute	x		$\frac{1}{2}$ R $\frac{2}{4}$
$\frac{1}{2}$ eta $\frac{2}{3}$ zatikiek puska berdina adierazten dute		x	$\frac{1}{2}$ R $\frac{2}{3}$

Goiko lerro hauetan duzu emandako legearen erabiltzeko era.



Aldameneko diagrama honetan R erlazio definitzean sortzen diren klaseak dituzue.

Erlazio hau baliokidetasun erlazio bat da: NORBEREKIKO.

SIMETRIKO eta PASAKOR propietateak betetzen bait ditu

Eta diagraman azaltzen diren klaseak, baliokidetasun klaseak dira.

Har dezagun baliokidetasun klase bat, esate batetarako, $(\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \ldots)$ klasea. Zatiki guzti hauk baliokideak direnez gero, holako bat dagoen lekuan beste bat ipin daiteke.

Klase honen barruan dauden zatiki baliokide guztien arteko sinpleenari klasearen ordezkari kanonikoa deitzen zaio; klase konetan baliokide sinpleena $\frac{1}{2}$ da. Baliokide sinpleena gaztelaniaz «fracción irreducible» delakoa da.

a eta b N eta b = 0 bi zenbakiek, zatiki bat definitzen dute eta era honetako bikote guztiek Q multzoa osatzen dute.

2-1. — Baliokide sinpleena bilatzeko metodo bat:

Etman dezagun $\frac{24}{16}$ zatikia; zatiki hau klase batekoa da baina zein da berari klase barruan dagokion baliokiderik sinpleena?

Klase barruan ibiltzeko bi era daude

1. — Klase barruan gora joateko, biderketaren bidea

$$\frac{24}{16} \xrightarrow{\times 2} \frac{24 - \boxed{\times 2}}{16 - \boxed{\times 2}}\ \frac{48}{32}$$

$$\frac{24}{16} \xrightarrow{\times 3} \frac{24 - \boxed{\times 3}}{16 - \boxed{\times 3}}\ \frac{72}{48}$$

$$\frac{24}{16} \xrightarrow{\times 4} \frac{24 - \boxed{\times 4}}{16 - \boxed{\times 4}}\ \frac{96}{64}$$

$$\frac{24}{16} \xrightarrow{\times 5} \vdots \qquad \vdots$$

2. — Klase barruan behera joateko zatiketaren bidea.

Baina hemen ez da zilegi edozein zenbaki erabiltzea; zenbakitzailearen eta izendatzailearen zatitzaile komunekin egin daiteke bakar-bakarrik

$D_{24} = (1, 2, 3, 4, 6, 8, 12. 24)$ 24 aren zatitzaileen multzoa

$D_{16} = (1, 2, 4, 8, 16)$ 16 aren zatitzaileen multzoa

$D_{24} \quad D_{16} = (1, 2, 4, 8)$ zatitzaile komunen multzoa

$$\frac{24}{16} \xrightarrow{:1} \frac{24 - \boxed{:1}}{16 - \boxed{:1}}\ \frac{24}{16}$$

$$\frac{24}{16} \xrightarrow{:2} \frac{24 - \boxed{:2}}{16 - \boxed{:2}}\ \frac{12}{8}$$

$$\frac{24}{16} \xrightarrow{:4} \frac{24 - \boxed{:4}}{16 - \boxed{:4}}\ \frac{6}{4}$$

$$\frac{24}{16} \xrightarrow{:8} \frac{24 - \boxed{:8}}{16 - \boxed{:8}}\ \frac{3}{3}$$

Hiru biren da beraz, baliokide sinpleena edo zatiki sinplifikaezina.
Praktikan, «zatitzaile komunen arteko handienarekin» eginten da, bakar-bakarrik

$$\frac{24 - \boxed{:8}}{16 - \boxed{:8}}\ \frac{3}{2}$$

3. — Q Multzoa.

Orain arte erabili ditugun zenbakiak, N multzoko elementuak ziren hots, zenbaki arruntak.

Kontsidera dezagun orain, a eta b z multzoko izango direla.

a eta b z eta b = 0

(a, b) bikote bakoitzak zatiki bat definitzen du.

a) Biak, hots a eta b, aldiberean positiboak edo negatiboak direnean.

$$(3,\ 7) \quad \frac{3}{7}$$

$$(\overline{3},\ \overline{7}) \quad \frac{\overline{3}}{7} = \frac{3}{7}$$ hauen esannahia esplikaturik dago

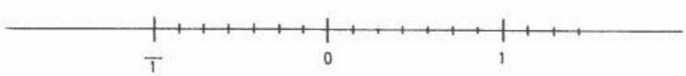
b) Bata positiboa eta bestea negatiboa badira.

$$(\overline{3}.7) \rightarrow \frac{\overline{3}}{7}$$

$$\rightarrow \frac{\overline{3}}{7}$$

$$(3.\overline{7}) \rightarrow \frac{3}{7}$$

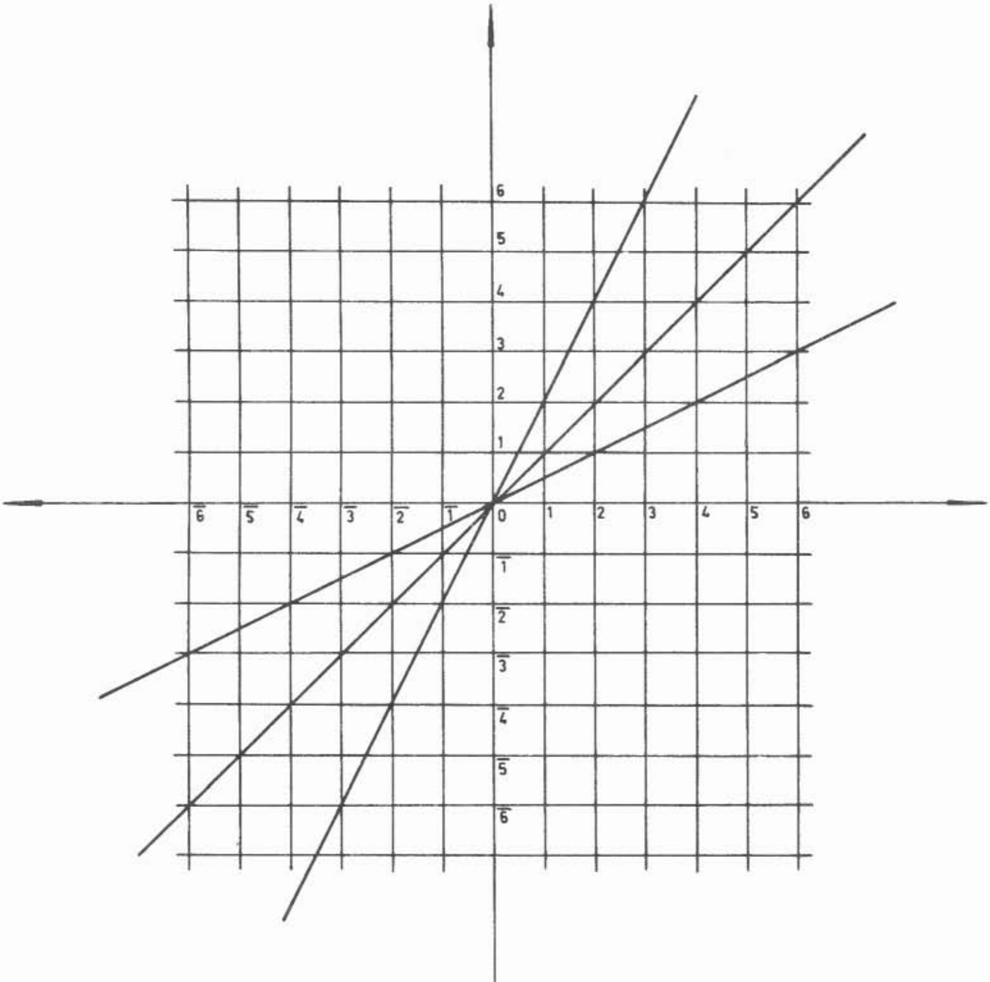
zatikiaren esannahia azaltzeko, alde batetik kantitaea ikusi beharko litzateke eta bestetik zeinua (minus ala plus)



Minusek o-tik ezkerretara esan nahi du.

$\frac{3}{7}$ ek unitatea zazpi puskatan zatitu eta hiru hartu.

Z x Z eta baliokidetasuna.



Aldameneko dibujo honek Z x Z multzoa adierazten digu, eta bere baitan sortzen diren klaseak, baliokidetasun erlazioa definitzen bada.

□ ikurrez markatutako bikoteak, klasearen baliokide sinpleenak edo ordezkari kanonikoak dira.